Die folgende Dissertation „Sprachpräzision und Erkenntnis“ von Rolf Mulczinski wurde angefertigt mit Genehmigung des Fachbereiches Philosophie und Geisteswissenschaften.
1. Gutachter: Tetens (lehnt die Annahme und weitere Betreuung mit der Bemerkung „unverständlich“ ab)
2. Gutachter:

Sprachpräzision und Erkenntnis

Language Precision and Epistemic Cognition

Neue Methoden in Sprachphilosophie und Erkenntnistheorie

~~Schrift zur Erlangung des Doktorgrades~~

~~an der philosophischen Fakultät der Freien Universität Berlin~~

von Dr. Rolf Mulczinski

Berlin 2005

Abstract

In this work a formal linguistic framework is designed, within which accurate statings of philosophy are possible. We assume that results, which raise the requirement of objectivity and finalness, without these or a similar formalizing, are not formulatable in natural language alone.

We support the following propositions:

1. A formal language is arranged by few language actions, and their terms up to few fundamental get their meaning by internal syntax. Truth is not given but raises by an evaluation action for statements with or without reference to the reality.

2. The distinction between synthetic and analytic statements is possible. First are characterized by the fact that they contain objects, whose identities are distinguishable by an external description only.

3. Mathematics is a linguistic construct without reference to the reality or things beyond our perceptible world. It is purely nominalistic and analytic a priori.

4. Empirical statements and objects can be divided in physical and mental, verifiable and theoretical, referring to the world only by few fundamental quantities.

5. A physical theory of the reality can contain synthetic statements of a priori, which describe the reality of the things in themselves additionally. Metaphysics is possible as theory of the reality both, for part of physics and as a non-physical empirical theory.

We describe those our language framework underlying ontology and give examples of formalizing ansatzes in the theory of mind. We assume secured inter-subjective cognition of the world to be only representable with a formalized symbolism like that of the presented language framework.

Kurzzusammenfassung

In dieser Arbeit wird ein formaler sprachlicher Rahmen konstruiert, in dem exakte Aussagen der Philosophie möglich sind. Wir gehen davon aus, dass Ergebnisse, die den Anspruch der Objektivität und der Endgültigkeit erheben, ohne diese oder eine ähnliche Formalisierung allein in der natürlichen Sprache nicht formulierbar sind.

Wir untermauern folgende Sätze:

1. Eine formale Sprache wird durch wenige Sprachhandlungen gestaltet und ihre Begriffe bekommen bis auf wenige grundlegende ihre Bedeutung durch interne Syntax. Wahrheit ist nichts Gegebenes sondern erfolgt durch eine Bewertungshandlung für Aussagen mit oder ohne Bezug auf die Wirklichkeit.

2. Die Unterscheidung zwischen synthetischen und analytischen Aussagen ist möglich. Erstere sind dadurch gekennzeichnet, dass sie Objekte enthalten, deren Identitäten nur durch eine externe Beschreibung unterscheidbar sind.

3. Mathematik ist ein sprachliches Konstrukt ohne Bezug auf die Wirklichkeit oder gar Dinge jenseits unserer wahrnehmbaren Welt. Sie ist rein nominalistisch und analytisch a priori.

4. Empirische Aussagen und Objekte lassen sich in physikalische und mentale, verifizierbare und theoretische aufteilen, die nur durch wenige Grundgrößen auf die Welt referenzieren.

5. Eine physikalische Theorie der Wirklichkeit kann synthetische Sätze a priori enthalten, die die Realität der Dinge an sich zusätzlich beschreiben. Metaphysik ist möglich als Theorie der Realität sowohl als Teil der Physik, wie auch als eine nichtphysikalische empirische Theorie.

Wir beschreiben die unserem Sprachrahmen zugrundeliegende Ontologie und geben außerdem Beispiele von Formalisierungsansätzen in der Theorie des Geistes. Wir gehen davon aus, dass jede gesicherte intersubjektive Erkenntnis über die Welt nur in einer formalisierten Symbolik wie der des vorgestellten Sprachrahmens darstellbar ist.

Vorwort

Vom axiomatischen Gesichtspunkt aus erscheint dieser Sprachrahmen als eine Schatzkammer von abstrakten Formen, den sprachlichen Strukturen; und es trifft sich so, ohne dass wir wissen warum, dass gewisse Aspekte der empirischen Wirklichkeit in diese Formen passen, als wären sie ihnen ursprünglich angepasst worden. Natürlich kann nicht geleugnet werden, dass die meisten dieser Formen ursprünglich einen sehr bestimmten anschaulichen Inhalt hatten. Aber erst dadurch, dass dieser anschauliche Inhalt absichtlich ausgeschaltet wurde, ist es möglich gewesen, diesen Formen jene Wirksamkeit zu verleihen, die zu entfalten sie fähig waren, und sie vorzubereiten für neue Deutungen und für die Entwicklung ihrer vollen Kraft.

Nur in diesem Sinne des Wortes ‚Form' kann man die axiomatische Methode einen ‚Formalismus' nennen. Die Einheitlichkeit, welche die Axiomatik dem Sprachrahmen verleiht, ist nicht der Panzer der formalen Logik, ist nicht die Einförmigkeit eines leblosen Skeletts; sie ist der nährende Saft eines am Beginn seiner Entwicklung befindlichen Organismus, das schmiegsame und fruchtbare Forschungsinstrument, zu dem alle diejenigen greifen, welche (nach einem Ausspruch von Lejeune-Dirichlet) sich immer bemüht haben, „Ideen an die Stelle von Worten zu setzen".
(frei nach Bourbaki [1], 7.)

Berlin, den 8.5.05
Dr. R. Mulczinski

Abschnitte der Arbeit

Einleitung

Wie Schiffer sind wir, die ihr Schiff auf offener See umbauen müssen, ohne es jemals in einem Dock zerlegen und aus besten Bestandteilen neu errichten zu können

([2] Neurath).

1. Steigen Sie ein, lieber Leser, in das Wrack der Erkenntnistheorie und lassen Sie uns zusammen ein neues Boot bauen, das nicht im ersten Sturm auseinanderbricht. Um nicht sofort unterzugehen, müssen wir an unserem neuen Schiff von dem treuen Floß aus arbeiten, das uns bisher immer gerettet hat: der natürlichen Sprache. Aber Vorsicht, sie bietet kaum mehr als den Schutz vor völligem Untergang, wenngleich sie das Schwimmdock im Zentrum darstellt, um das herum wir den Schiffsrahmen unter Verwendung mancher alten Teile neu errichten. Wenn wir jedoch dadurch scheinbare Sicherheit anzustreben versuchen, dass wir zu viele ihrer Bestandteile zur Grundlage unseres Neubaus machen und zu viele ihrer scheinbar gesicherten Stützen verwenden, zerschmettern ihre ungehobelten Planken den neuen Filigranbau, eine Fachsprache der Erkenntnistheorie, die wir mit Sprachrahmen bezeichnen, bei jedem heftigen Schwanken.

2. Daher dürfen wir von den schweren Grundbestandteilen nur ein Minimum auswählen und ins Zentrum unseres Sprachrahmens stellen. Falls alles zusammenbricht, werden wir darauf zurückgeworfen und müssen neu anfangen, möglicherweise unter Weglassen bekannter oder Hinzuziehen weiterer sprachlicher Grundlagen. Die natürlichsprachlichen Grundbestandteile unseres neuen Sprachrahmens nennen wir externe Grundbegriffe, weil wir sie von außerhalb der formalsprachlichen Welt in unseren Neubau einbeziehen. Als Gerüst für unser Gebäude dienen Sätze, wie sie augenblicklich in diesen Zeilen zu lesen sind. Solche Sätze, das umgangssprachliche Gerüst, werden unseren Bau ständig begleiten, können dann aber entfernt werden, wenn er fertig ist, um mit erkenntnistheoretischem Inhalt gefüllt zu werden. Aber auch der Innenausbau des Schiffes durch Theorien, formuliert mit Begriffen unseres Sprachrahmens, erfordert umgangssprachliche Stützen derselben eben beschriebenen Art. Erst wenn die Theorie ausformuliert ist, kann man sich auf ihre formalen Definitionen, Axiome und Folgerungen beschränken, wenn es denn nötig ist, und ihre Angaben oder Voraussagen überprüfen.

3. Die Behauptungen einer solchen Theorie beschränken sich jedoch nicht auf analytische Folgerungszusammenhänge wie in der Mathematik, sondern beziehen wie die Physik und andere Naturwissenschaften ausdrücklich die vom sprachfähigen Individuum wahrgenommenen Ereignisse der Außenwelt ein. Eine dicke natürlichsprachliche Planke im Zentrum unserer erkenntnistheoretischen Fachsprache namens <u>externe empirische Grundbegriffe</u> ist die Voraussetzung der Möglichkeit eines Bezuges durch umgangssprachlich beschreibbare einfache Begriffe auf Bestandteile der Außenwelt und damit von Erkenntnis der Wirklichkeit. Wir machen in dieser Arbeit nicht den Versuch, die Bedingungen der Möglichkeit einer solchen Bezugnahme zu finden, sondern wir gehen auch hier den für den Aufbau unseres Sprachrahmens zu beschreitenden anderen Weg der Beschränkung der Zahl dieser Begriffe auf wenige einfache, durch umgangssprachliche Beschreibung definierte, um aus ihnen das ganze komplexe empirische Spektrum aufzubauen (II.4).

4. Bevor wir unseren Sprachrahmen errichten, müssen wir aber auch das umgangssprachliche Gerüst insofern ein wenig präzisieren, als wir zum Gebrauch immer wiederkehrende Begriffe der natürlichen Sprache mit einfachen Worten näher erläutern, was in I.1 geschieht. In I.2 geben wir dem losen Material des natürlichsprachlichen Grundes in dem Gebilde, das wir <u>Nomen</u> nennen, eine Fassung. Schon hier spielen externe fachsprachliche Grundbegriffe wie Gleichheit und Enthaltensein von Wörtern in Wörtern eine Rolle. Mit Worten und Begriffen auf exakte und wohldefinierte Weise zu hantieren, eindeutige Sprachhandlungen durchzuführen, lernen wir in I.3, und wiederum erweitern wir die Zahl unserer externen fachsprachlichen Grundbegriffe, deren gehaltvollste wie zum Beispiel der Existenzquantor in I.4 besprochen werden.

5. Unser Sprachrahmen wird in II.1 durch wesentliche <u>interne Begriffe</u> erweitert, die dadurch definiert sind, dass sie allein durch die in I.3 erklärten Sprachhandlungen zustandekommen, und zusammen mit Syntaxregeln vorgestellt. Unter den internen Begriffen befindet sich die Wahrheit, die wir zunächst ohne Bezug zur nichtsprachlichen Wirklichkeit definieren, so dass sie erst bei der Einführung der empirischen Begriffe mit der in der Philosophie meist gebräuchlichen Deutung übereinstimmt, das Kennzeichen wirklichkeitsimmanenter Tatsachen im Unterschied zu ohne Wahrheitsanspruch formulierten Sachverhalten zu sein. Der Preis für die Präzisierung des Wahrheitsbegriffes ist die Trennung in ‚wahr' und ‚gültig'. In den Kapiteln II.2 und II.3 widersprechen wir den Quineschen Behauptungen, analytische und synthetische Aussagen seien nicht sinnvoll zu definieren und die Mathematik könne nicht nominalistisch aufgefasst werden, definieren analytische Urteile und den Begriff der internen Bedeutung (II.2) und weisen nach, dass es zur Errichtung des Gebäudes der Mathematik nicht irgendeiner besonderen ontologischen Vor-

aussetzung bedarf, sondern nur präziser sprachlicher Beschreibungen (II.3). Hier wird auch der Anspruch zurückgewiesen, mit der Existenz überabzählbarer Mengen besondere mathematische Entitäten erkennen zu können.

6. Das gelingt insbesondere dadurch, dass wir den Begriff der Anzahl zu den physikalisch empirischen Grundbegriffen zählen genauso wie die des Ortes, der Zeit und der Masse. Physikalische Theorien sind danach mathematische Modelle der Wirklichkeit. Zum internen mathematischen Wahrheitsanspruch einer solchen Theorie kommt noch der Anspruch der empirischen Gültigkeit hinzu, um als eine die Wirklichkeit beschreibende physikalische Theorie bezeichnet werden zu können. Damit ist das Spektrum der empirischen Begriffe noch nicht erschöpft: Mentale empirische Grundbegriffe nennen wir alle nicht-physikalischen empirischen Grundbegriffe, da sie sich eher auf wahrnehmbare, aber nicht lokalisierbare Phänomene der geistigen Innenwelt beziehen als auf räumliche Körper der Außenwelt. In II.4 werden außerdem die philosophischen Probleme besprochen, die sich dadurch ergeben, dass physikalische Gültigkeit im Gegensatz zur mathematischen Wahrheit gar nicht beweisbar, sondern nur wiederholt verifizierbar ist. Hier kommen Probleme zur Sprache, die mit der Rechtfertigungsproblematik von Tatsachen zu tun haben, und damit sind auch die kantschen Unterscheidungen des Apriori und des Aposteriori gekennzeichnet. Damit versuchen wir in II.5 die Beantwortung der Frage, wie Metaphysik heute sinnvoll definiert werden könnte, wie sie sich von physikalischen Theorien unterscheidet und wo sie als ernsthafter Teil von Theorien auftritt. In diesem Zusammenhang erfahren die kantschen Dinge an sich eine natürliche Interpretation, die sich an der Unterscheidung von Wirklichkeit und Realität orientiert.

7. Im dritten Teil dieser Arbeit verlassen wir öfter den uns gesteckten Rahmen und gehen in das Gebiet der Erkenntnisgewinnung, die einen laufenden Prozess darstellt, an dessen Ende erst sichere Erkenntnis steht, und die, wenn sie nicht rein subjektiv erfolgt, sich mittels Kommunikation zwischen Erkenntnissubjekten entwickelt, aber meist nur vorläufige, deskriptiv formulierte Zwischenergebnisse aufweist, die zur Diskussion stehen. In diesem Sinne sind die Äußerungen dieses dritten Teils anzusehen, während die der ersten beiden Teile den Anspruch haben, ohne grundlegende Diskussion verständlich und endgültig zu sein. Aber auch die Erörterungen in III.1 und III.3 sind in einem guten Sinne philosophisch, weil sie, obwohl umgangssprachlich, eine übergeordnete Sicht auf das in den ersten Abschnitten Geleistete vermitteln. In III.2 machen wir erste unfertige Schritte mit dem Ziel, innerhalb unseres formalen Sprachrahmens eine Richtung zu finden und einen Weg zu bahnen auf einem der spannendsten Gebiete der aktuellen Forschung, der Philosophie des Geistes. Zuletzt beantworten wir die immerwiederkehrende Frage:

Welche Erkenntnisgestade erreichen wir denn nun mit unserem stolzen Neubau, der den Stürmen der offenen See der Wirklichkeit trotzen und uns zu den schönsten realen Landen tragen soll? Keine! Wir werden nie ankommen, immer auf schwankenden Wassern bleiben müssen, aber unser Schiff im Inneren mit kräftigfarbenen Bildern ausstatten können, die wir selbst als Ergänzung der blassen Eindrücke schaffen, die wir von der grauen Nebelwelt um uns erhaschen.

Fassen wir noch einmal zusammen:
I. Wir haben also eine Außenwelt, die in Sprachwelt und außersprachliche Welt zerteilt ist. Erstere ist eine Welt von Zeichen, von denen wir vornehmlich die durch eigene Handlung gestalteten verwenden. Die Bedeutung der Zeichen ergibt sich fast allein aus den Bezügen zwischen ihnen, die in den meisten Fällen durch unsere Sprachhandlungen zustande kommen. Die wenigen, aber grundlegenden Fälle, in denen das nicht so ist, in denen aber auch kein Bezug auf die außersprachliche Welt hergestellt wird, besprechen wir im ersten Teil der Arbeit, in der aber auch etliches Technische zum Thema wird, um einheitliche Vorstellungen für den unmissverständlichen Gebrauch der Zeichen hervorzurufen. Dort muss sich der Leser also durch trockene Details durcharbeiten, womit auch beabsichtigt ist, das Augenmerk auf Grundbedeutungen zu lenken, die oft nicht bewusst wahrgenommen werden, und die bekannten, oft selbstverständlich hingenommenen zu überdenken. Die Arbeit ist in unserer Umgangssprache als Metasprache geschrieben, in der aber nur einfache Begriffe verwendet werden, die auf Dinge der Außenwelt referenzieren, welche den Sinnen unmittelbar zugänglich sind und wo zum Beispiel Existenzbehauptungen nur von militanten Skeptikern angezweifelt werden.

II. Durch die Bezüge der sprachlichen Zeichenwelt ergibt sich ein komplexes Grundgebilde, das wir Sprachrahmen nennen und in dem Theorien über die Welt formuliert werden können, die keine Mehrfachinterpretation oder Missdeutung von Aussagen ermöglichen. Im Gegensatz zur weit verbreiteten Auffassung, dass jeder empirische Begriff sein Gegenstück in der außersprachlichen Welt habe, eine Referenz auf einen Gegenstand der Wirklichkeit herstellen muss, begründen wir im zweiten Teil der Arbeit, dass das nur für wenige Grundgrößen der Fall zu sein braucht. Wie die Wirklichkeit aufgebaut ist, spiegeln dann fast allein innertheoretische Bezüge wieder. Wir vermeiden dadurch den Konflikt, Bezüge auf etwas herstellen zu müssen, was wir erst noch erkennen wollen. So ist „Atom“ kein Begriff, der auf etwas in der außersprachlichen Welt referenziert, sondern ein Begriff, der nur innerhalb der Sprache mit Größen verknüpft ist, die den nötigen Bezug nach außen herstellen, jedoch in einer Weise, die wir nur durch unsere Sinne erfassen können: kleine Anzahlen bestimmen, Maßstäbe anlegen, Uhren ablesen, Massen wägend vergleichen; mehr nicht, wenn wir uns auf das Physikalische beschränken. So sollte Einigkeit darüber erreichbar sein, ob ein Messgerätezeiger zwischen zwei Skalenstellen steht oder nicht.

III. Wirklichkeit und Realität sind keine Begriffe, die auf eine Eigenschaft der Außenwelt referenzieren, sondern sie sind erst in unserem formalen Sprachrahmen exakt definiertbar. Wenn wir dann fragen, ob ein Atom wirklich existiert, so können wir die Frage präzise erst in dem von uns geschaffenen Rahmen der Sprachwelt formulieren, in dem Theorien aufgestellt werden können. Dort kann die Frage, ob es ein Element der Wirklichkeit ist, in die Frage umformuliert werden, ob es eine Theorie gibt, in der mindestens eine Definitionseigenschaft von „Atom“ direkt verifizierbar ist. Und dann können wir die Frage eindeutig bejahen. Die übliche, völlig andere Bedeutung dagegen, die mit unserem Gefühl, dass da draußen etwas mikroskopisch Kleines Ballartiges die Wirklichkeit, die wir makroskopisch erleben, aufbaut, wofür uns ja viele gute Gründe genannt werden, ist keine, mit der man nachprüfbare Ergebnisse behauptet, sondern dient der Anregung des forschenden Geistes. Ontologische Betrachtungen sind Thema des dritten Teils.

Ziel dieser Arbeit ist es daher, sprachliche Mittel bereitzustellen, die nicht subjektiv interpretierbar sind, um eindeutige und unmissverständliche Aussagen über ontologische und metaphysische Themen aussprechen zu können.

Und schließlich stellen wir die endgültigen Ergebnisse dieser Arbeit noch einmal in größerer Ausführlichkeit und aus anderer Sicht als in der Kurzzusammenfassung vor:

1. Jede Behauptung, die einfache umgangssprachliche Formulierbarkeit übersteigt, ist nur vor dem Hintergrund eines durch einfache Umgangssprache formulierten ‚Sprachrahmens' sinnvoll. Dabei nennen wir eine Aussage sinnvoll, wenn sie nur auf Grund ihres Textes innerhalb des Sprachrahmens verstanden werden kann und nicht etwa weiterer Interpretation bedarf.
2. Es gibt einen Sprachrahmen, in dem sowohl die Aussagen der Mathematik und theoretischen Physik als auch abstrakte Aussagen der Philosophie, insbesondere viele Beahauptungen aus Erkenntnistheorie, Metaphysik und Ontologie, sinnvoll formuliert werden können. Er wird in dieser Arbeit konstruiert.
3. Die Grundlagenkrise und Fragen nach der Ontologie der Mathematik sind nur noch geschichtliche Phänomene, werfen aber keine philosophischen Probleme mehr auf, da sie vor dem Hintergrund des genannten Sprachrahmens gelöst sind. Die kantschen Begriffe des Analytischen versus Synthetischen sind wohldefinierbar und kennzeichnen die Mathematik als analytisch.
4. Die Frage, wie die Physiker es schaffen, mit ihren Theorien und Formeln schwer oder kaum und nur indirekt erfahrbare Teile der Welt treffend zu beschreiben, wird innerhalb des Sprachrahmens definitiv beantwortet. Der viel zu umfassende deutungsbedürftige Begriff der Wahrheit wird mit dem Wort ‚wahr' auf interne Sprachrahmenbezüge und mit dem Wort ‚gültig' auf wenige Wechselwirkungen des Subjektes mit der Welt beschränkt. Die philosophische Frage, ob eine Theorie wahr sei, wird nur von der Übereinstimmung von theoretischer Voraussage und Beobachtung an wenigem elementaren Stellen abhängig gemacht.
5. Dabei stützen wir uns auf die durch die Konstruktion des Rahmens zu Tage tretenden Auffassung, dass das erkenntnisgewinnende Subjekt fast völlig gegen die Welt abgeschlossen ist und mit der Welt nur über die Rohdaten seiner Sinne kommuniziert und einen eigenen Sprachrahmen nur über wenige gemeinsame Begriffe mit anderen Erkenntnissubjekten synchronisiert. Daher ist die sprachliche Sicht auf die Welt immer nur eine innere Symbolisierung, die weitgehend konfliktfrei mit den genannten eigenen und gemeinsamen Rohdaten gehalten wird.
6. Daraus ergibt sich die Möglichkeit von Metaphysik als einer Wissenschaft, deren Aussagen nicht aus Beobachtungen ableitbar sind, aber dennoch Bestandteil von Theorien sind, die einer Verifizierung zugänglich sind. Damit ist die kantsche Frage nach der Möglichkeit von Metaphysik vor dem Hintergrund des vorgestellten Sprachrahmens präzisiert und beantwortet.
7. Daraus folgt auch die Bedeutung aller Existenzbehauptungen über Teile der Außenwelt. Die scheinbar erkannten Dinge sind Bestandteil der Innenwelt und haben nur insofern etwas mit der Realität zu tun, als sie nicht in Widerspruch geraten mit den Beobachtungsrohdaten und ihrer im Gehirn ablaufenden Deutung. Über Dinge an sich als Bestandteile der Außenwelt zu reden, ist damit unmöglich. Sie sind aber Bestandteil der ‚Realität', die als innerliches Symbol für den monolithischen Block ‚Außenwelt' eine Differenzierung leisten kann.
8. Wenn wir die Außenwelt immer mehr nach innen ausweiten, so sind auch die sogenannten mentalen Repräsentationen, die wir als inneren Bestandteil unserer Wechselwirkung mit der Außenwelt auffassen, selbst Teil der Außenwelt und daher Teil der Realität. Wie weit sich eine derartige Selbstreferenzierung treiben lässt und ob sie sich sprachlich durch Zirkelbezüge widerspiegeln muss, bleibt eine offene Frage. Ob die „personale Identität" eines Individuums der Kern dieser Zirkelbezüge ist oder mit den hier vorgestellten Methoden endgültig behandelt werden kann, müssen wir ebenfalls offenlassen.

I.1 - Sprache in der Welt

Das Ergebnis einer Sprachäußerung ist ein physikalischer Bestandteil der Welt, der mit Subjekten in Wechselwirkung tritt.

1. Das Erkenntnisproblem tritt dadurch auf, dass Teile der vorliegenden weltlichen Realität, zu denen menschliche Subjekte gehören, mit ihr in Wechselwirkung treten und sich in ihnen, den Subjekten, sogenannte mentale Repräsentationen aufbauen, die vermutlich genau dann identisch sind, wenn sie auf dieselbe, aber komplexe Art der Wechselwirkung mit der Außenwelt zustandekommen. Dadurch werden Bezüge Welt-Subjekt hergestellt, die das Subjekt durch einen Fluss von sogenannten Symbolen, unter Anderem durch Sprache, äußern, also wieder aus dem Subjekt in die Welt tragen kann. Nun also besteht eine Dreierbeziehung ‚Welt-mentale Repräsentation-Wort', die unlösbar und in der das erste Dreierglied das Schwergewicht, das mittlere rätselhaft und das letzte zu leichtgewichtig zu sein scheint. Wir zeigen, dass es eher umgekehrt ist, oder besser, dass eine untrennbare Kopplung mit einem starken letzten Glied nur für wenige Teile der Welt und für wenige mentale Repräsentationen an wenige Wörter bestehen bleiben muss.

2. Um das zu erläutern, können wir als Subjekte dieser Welt, die durch die Vermittlung der Sprache untereinander wechselwirken, nicht anders, als wenigstens Teile der in uns repräsentierten natürlichen Sprache vorauszusetzen, um uns dann aus der Umklammerung dieser kaum fassbaren Selbstreferenzierung zu lösen. Wir werden daher in diesem Kapitel klassische und weniger klassische Begriffe nennen und teils erklären, um den genannten Dreierbezug abzugrenzen und zu festigen und um ein natürlichsprachliches Gerüst für unseren zu errichtenden formalen Sprachrahmen aufzubauen. Es formt sozusagen eine erste Eingrenzung eines Sprachgebietes, mit dem man aufgrund seiner Struktur anders als mit der natürlichen Sprache in der Lage ist, Aussagen und Sachverhalte zu formulieren, die einer exakten Wahrheitsbewertung zugänglich sind. Und es besteht in seinen Hauptstützen aus kategorisierenden Begriffen, die zunächst zur Herstellung von symbolhaften Teileinheiten der Wirklichkeit, zu deren Zusammenhang und Ordnung und schließlich zu deren Objektivierung dienen.

3. Wir gehen daher davon aus, dass jeweils wir, die erkenntnistheoretischen Subjekte, und etwas außer uns dastehen, ex-sistieren, und dass diese Existenz einheitlich ist, da jedes Subjekt sich für ein anderes in der Außenwelt befindet. So ist die einheitliche Welt in ein subjektives Innen und das restliche Außen geteilt. Der Subjektbegriff soll sich auf einen Teil des Gehirns be-

schränken, ein nicht näher zu bestimmendes neuronales Netz, das mit Wahrnehmung und Denken befasst ist und das, modern gesprochen, Ein- und Ausgabeschnittstellen besitzt, nämlich die Sinne und weitere Empfindungsleitungen aus dem Körper des Subjektes einschließlich Teilen seines Gehirns als Wahrnehmungseingabepunkte. Das Subjekt betreibt des Weiteren Hand-lungen, akustische eingeschlossen, als Ausgabestellen eines Denkprozesses durch Wechselwirkung der innen produzierten und von außen kommenden Information. Eine sprachliche visuelle Wahrnehmungshandlung nennen wir Lesen, eine sprachliche, nicht nur akustische, Ausgabe-Handlung nennen wir Äußerung. Dieser Begriff ist in dieser Arbeit enger dadurch gekennzeichnet, dass sprachliche Grundzeichen (siehe I.2) so in die Außenwelt eingraviert werden, wie es hier geschehen ist, wodurch dieser Teil der Außenwelt von derartigen Symbolen bedeckt ist. Wahrnehmung ist meistens nicht passiv, sondern erfordert oft vorbereitende, zielgerichtete aktive Handlungen, in welchem Fall wir die Begriffe Beobachten und Experimentieren verwenden.

4. Die Teile der Außenwelt, in denen Subjekte Grundzeichenketten erkennen, heißen Sprachwelt, so dass die Außenwelt subjektabhängig in eine Sprachwelt und die restliche Wirklichkeit einteilbar ist, wobei kein prinzipieller Unterschied zwischen diesen Teilen besteht, sondern lediglich in der Eigenschaft, dass aus dem ersteren durch die Sinne aus der Welt Grundzeichen Eingang in das Subjekt finden, dort mit zugehörigen mentalen Repräsentationen gekoppelt sind, welche wiederum eine Wortäußerungshandlung erlauben. Damit ist in der oben genannten Dreierbeziehung ‚Welt-mentale Repräsentation-Wort' der letzte als ein besonderer Teil verzichtbar, da er ein Teil der Welt ist. Die Wechselbeziehung findet also über die Eingangs- und Ausgangskanäle des Subjektes zwischen ihm und der Außenwelt statt, wozu auch die sprachliche Außenwelt zählt. Sprachliche Einheiten sind keine besonderen Entitäten, sondern Teile der physikalischen Außenwelt, die mit Teilen der physikalischen Innenwelt wechselwirken.

5. Die Relation zwischen Teilen der Sprachwelt, die wir real vorkommende Zeichen nennen, die durch Zuordnung solch eines gelesenen Zeichens oder Wortes über dessen mentale Repräsentation durch Äußerung wieder eines solchen hergestellt wird, ist ein grundsätzlicher Welt-Subjekt-Wechselwirkungsprozess, der das bewirkt, was wir mit Abstraktion vom konkreten Vorkommnis in den zugehörigen Typus bezeichnen. Sie ist eine Äquivalenzrelation und konstituiert daher selbst eine mentale Repräsentation, die ebenfalls geäußert werden kann: als Wort- oder Zeichen-Typ. Die damit zusammenhängenden Einzelheiten oder Probleme sind nicht Gegenstand dieser Arbeit. Jedes hier auftretende sprachliche Einzelsymbol fassen wir als Typ auf. Wir zeigen in dieser Arbeit, dass für die meisten Symbole einer Sprache innerhalb unseres

Sprachrahmens diese schwache Wechselwirkung zwischen Subjekt und sprachlicher Außenwelt die einzige Abhängigkeit vom Mentalen ist. Weitere Bedeutung erhalten die meisten Begriffe mittels durch Sprachhandlungen zu definierender interner Bezüge, wodurch die in Absatz 1 angesprochene starke Kopplung der gesamten Sprachwelt an das Mentale abgesehen vom Prozess der Typisierung von Zeichen auf einzelne Begriffe beschränkt wird. Beziehungen können dann meist direkt zwischen den Wortzeichen der Außenwelt, den Äußerungen von Subjekten, hergestellt werden, ohne wesentlichen Bezug auf mentale Abläufe nehmen zu müssen.

6. Wir nennen wie üblich Erscheinungen die als Wahrnehmungen über die Sinne, als Anschauung, direkt erzeugten mentalen Repräsentationen, aber betonen, dass es noch weitere Wahrnehmungen (Definition siehe II.4.22) wie Schmerzen gibt. Wir werden den Begriff der Vorstellung, mentale Repräsentation als Ergebnis von unbestimmt zu belassenen Denkprozessen, für etwas die Wahrnehmung Einschließendes als genügend klar hinnehmen, um den Bau unseres Sprachrahmens durch das umgangssprachliche Gerüst erläuternd abzustützen. Durch die Wechselwirkung der Welt mit dem Subjekt werden beide verändert: Handlungen ändern die Welt und Wahrnehmungen das Subjekt. Lesen und Beobachten sind gezielte Wahrnehmungen, Äußerung und Experiment gezielte Handlungen, deren Problematik diese Arbeit zwar wegen ihrer Zugehörigkeit zu elementaren Erkenntnishandlungen betrifft, jedoch dem schwankenden Grunde zugeordnet wird, auf dem wir unseren fachsprachlichen Rahmen errichten. Sollten im Zusammenhang mit diesen Begriffen Unklarheiten entstehen, werden sie an Ort und Stelle behandelt.

7. An die Erscheinungen eines Teils unserer gemeinsamen Sprachwelt knüpfen wir Handlungen. Das Äußern ist eine Sprachhandlung. Wir vereinbaren für unser umgangssprachliches Gerüst, das ein kleines Sprachspiel ([3] Wittgenstein, I.6) ist, das also die Bedeutung für seine einfachen, handlungsorientierten und häufig verwendeten Wörter aus ihren Gebrauch bezieht, als eine Regel, das Lesen immer links oben zu beginnen und, einer gegebenen Linie folgend, nach rechts oder dann links darunter fortzusetzen. Eine speziellere Sprachhandlung, formalisiert als Anweisung (I.3), ist beispielsweise das Hinweisen wie ‚Wir kommen in II.1 darauf zurück' oder im Verbund mit der Erscheinung des Wortes „diese", wenn das dadurch Bezeichnete in einem Text eindeutig lokalisierbar ist. Eine andere Sprachhandlung ist das Benennen, formal ein sogenannter Verweis, worin die Auswahl eines Textteils durch Abgrenzung eingeschlossen ist. Dieser Gesamttext hier in unserer Sprachwelt wird beispielsweise bezeichnet mit ‚Sprachpräzision und Erkenntnis', welcher Ausdruck dann auf ihn verweist. Eine dritte besondere Sprachhandlung ist das Aussagen wie ‚meine Sprach- und Substanzwelt sind Teil meiner Erscheinungen' oder

‚Ein voriger Satz enthält „Benennen“ als Wort’. Darauf, was formale Aussagen (II.1.20) sind, können wir uns dann einigen, wenn wir uns für das erläuternde Sprachgerüst auf solche verständlichen elementaren Aussagen über unsere Sprachwelt beschränken wie diese eben hervorgehobenen.

8. Eine nächste Sprachhandlung ist das Zuschreiben wie zum Beispiel die Bedeutungszuweisung der Wörtchens ‚ist’: Sie verknüpfe durch unsere Vorstellung zwei Sprachelemente, die an ihren Enden zu lesen sind, allgemein mit der Eigenschaft der Unterordnung, speziell der Prädikatszuweisung (II.1.29). Eine andere Bezeichnung von Aussagen über unsere Sprachwelt mit dem Wort ‚wahr’ ist keine Identifizierung, sondern eine Kennzeichnung. Wir dürfen ‚wahr’ nur solchen Aussagen zuschreiben, über die wir uns einig sind, wie: ‚Ein vorhergehender Satz enthält „Zuschreiben“ als Wort.’ ist wahr. Gleichheit und Wahrheit sind dann elementar und unproblematisch, wenn wir sie zunächst allein auf einen sehr eingeschränkten Bereich unserer Sprachwelt anwenden. Eine letzte und komplexe Sprachhandlung ist die Alternative (I.3.11): Wenn eine gelesene Aussage wahr ist, vollziehe ich die nachfolgende gelesene Handlung. Die Alternative darf nur elementare Sprachhandlungen einschließen, über deren Wahrheit wie bei dem vorigen Beispiel keinerlei Zweifel besteht, und deren auszuführender Handlungsanteil genauso klar, einfach und eindeutig ist.

9. Wir machen nun hier und in den nächsten Kapiteln Äußerungen, die unsere Sprachwelt mit folgender Absicht ändern oder ausweiten: Wir werden diesen geänderten und neuen Teil der Sprachwelt verwenden, um über die gesamte Außenwelt, Sprache oder nicht, präzise Aussagen zu machen. Die Sprachwelt erscheint uns nur diskret, die übrige Welt auch kontinuierlich. Wir können nicht wissen, wie diese Welt, die Realität, ist, wir können aber versuchen zu beschreiben, wie sie auf uns einwirkt durch Anschauung und Empfindung und wie das Gehirn diese Informationen mit seiner logischen Grundstruktur verwebt und verwirkt ([4] Wittgenstein, 3.03) und wie sie uns dann als Wirk-lichkeit ([5] Roth, §13) erscheint. Wenn wir allein diskrete Mittel zulassen, so kommen wir, da wir auch den Eindruck des Kontinuierlichen und des Unaufhörlichen haben, gezwungenermaßen zu der Vorstellung von Unendlichkeit. Vorsicht: Dieses gemeinsame Wort, an das wir nur scheinbar präzise gemeinsame Ideen knüpfen, beschreibt unser Dilemma und mehr nicht. Vermeiden wir es so lange, wie wir es nicht präzisieren können (vergl. I.4.11). Wir machen hier nur Äußerungen in einem sehr eingeschränkten überschaubar endlichen Teil unserer Sprachwelt, dem der geschriebenen Zeichen und Wörter, für die die mit den Erscheinungen des Geschriebenen verknüpften Bilder sich zunächst allein auf die Sprachwelt beziehen. Beginnen wir ihre Vereinheitlichung, indem wir Vorstellungen beschreiben, mit denen wir Äuße-

rungen verknüpfen müssen, um zu einer gemeinsamen gleichen Handhabung unserer Sprachwelt zu gelangen. Synchronisieren wir unsere Sprachvorstellungen und nennen die so abgeglichenen Spracherscheinungen unseren Sprachrahmen.

10. Ein solcher Abgleich kann nur gelingen, wenn wir mit Hilfe der natürlichen Sprache unter Zurückführung auf einfache Begriffe, deren Bedeutung durch den natürlichen Gebrauch, der sich zunächst auf einen kleinen Bereich beschränkt, unmissverständlich ist, neue Begriffe schaffen, die aus diesem Grunde ebenso eindeutig sind. Auch die Beschränkung des Bedeutungsbereiches einfacher Begriffe, die Schärfung ihrer Ränder, ist eine weitere Methode der Sprachpräzisierung.

I.2 - Symbole und Wörter

Durch das hier Beschriebene werden unmissverständlich elementare Bestandteile, Bezüge und Regeln eines formalen Teils der Sprachwelt geschaffen und erhalten erste Bedeutung.

1. Wir setzen voraus, dass Buchstaben, Ziffern und Sonderzeichen, die wir Grundzeichen nennen, eindeutig unterscheidbar sind. Wichtig ist nicht, welche Zeichen dies im Einzelnen sind, sondern dass sie sich unterscheiden und als Zeichentyp wiedererkennbar sind, auch wenn das konkret durch eine Sinneswahrnehmung aufgenommene Zeichen von einem anderen gleichen Typs abweicht. Für uns ist ein Zeichen immer ein Typ (I.1.5, [6] Runggaldier B.I.2). Wir verwenden das Wort ‚Grundzeichen' als denotierende Referenzierung innerhalb unseres Sprachrahmens (siehe Absatz 12) auf die endliche Reihe der den Wörtern (Absatz 3) zugrundeliegenden Grundzeichen, die von nun an unsere üblichen lateinischen und griechischen Buchstaben sowie viele mathematische und ikonografische Zeichen enthalten soll, ohne dass wir sie festlegen oder gar aufzählen. Alle unterscheidbaren Zeichen in diesem Text hier sollen auch in ‚Grundzeichen' vorkommen und sie alle sollen „Typen" darstellen. Unterschieden werden insbesondere Groß- und Kleinschreibung sowie Indizes und Exponenten, welche nur verkleinerte, aber unterscheidbare Äußerungen derselben Mustervorstellung sein sollen, so dass k und $_{k}$ unterschiedliche Grundzeichen sind.

2. Gibt es Zweifel an der intersubjektiv eindeutigen Erkennbarkeit eines Grundzeichens oder zeigt sich in der Praxis immer wieder eine Verwechslung von Grundzeichen, so sollten sie in

ihren Typenmerkmalen so abgeändert werden, dass das konkret geäußerte Zeichenvorkommnis immer zu demselben Typus führt. Auf diese erkenntnistheoretische Problematik (Näheres in [7] Goodman, IV.2), die mit dem immer wieder auftretenden Problem des Selbstbezuges zu tun hat, gehen wir nicht ein, sondern setzen voraus, dass wir es immer mit eindeutig erkennbaren Grundzeichentypen zu tun haben, die außerdem mit genau zwei Stellen versehen sind, an denen wir sie mit anderen Grundzeichen verknüpfen können.

3. Ein Wort sei eine endliche Grundzeichenreihe, zusammengesetzt aus endlich vielen unterscheidbaren Teilen (genommen aus der Grundzeichenreihe) und beliebig oft an neuer Stelle in Text, Raum und Zeit wiederholend äußerbar, ohne sich „überschneiden" zu dürfen. Da wir uns auf lineare Wort-Bildungen in „Zeilen" beschränken wollen, wie es dieser Text ist, müssen „Trennsymbole" bestimmt werden, die Grundzeichenhaufen an beiden Seiten abgrenzen und nach oben und unten abschotten. Wir verwenden das übliche Leerraumzeichen zwischen den Wörtern, wie sie hier zu sehen sind, oder auch das Zeichen ⊔ zur besseren Sichtbarkeit der Leerraumabgrenzung. Wir sammeln Wörter und Grundzeichen immer von links nach rechts und danach von oben nach unten. Das nicht sichtbare Leerraumzeichen, an das wir Wörter anlagern dürfen, definieren wir also als dasselbe Zeichen wie ⊔. Index- und Exponentenschreibweise fassen wir als Wortzusammensetzung auf, so dass x_k im Allgemeinen eine andere Schreibweise für $x\sqcup_k$ sein wird.

4. Sind A und B in diesem Sinne Wörter, so entsteht durch Zusammenfügen AB mittels Hintereinanderschreiben ein drittes, die in der Informatik verwendete Konkatenation. Da wir jedoch auf die Bildung von Sätzen und Texten abzielen, definieren wir eine weitere Verknüpfung A B durch Zwischenschaltung der Leertaste, wodurch natürlich ebenfalls eine Grundzeichenreihe, also ein Wort entsteht, in welchem allerdings die zwei Teilwörter noch erkennbar bleiben. Es ist klar, dass auch mit dieser Verknüpfung die Reihe der Wörter eine sogenannte assoziative, nicht kommutative Halbgruppe bildet. Diese mathematische Formulierung ist ganz naiv gemeint insofern, als es keine Probleme macht einzusehen, dass mit irgend zwei Wörtern A, B auch A⊔B eines ist und dass sich B⊔A im Allgemeinen davon unterscheidet, aber dass X⊔C und A⊔Y identische Wörter sind, wenn X = A⊔B und Y = B⊔C sind für ein drittes Wort B. Das ist eine klammerfreie Formulierung des Assoziativgesetzes.

5. Die Klammern, wozu auch die einfachen, doppelten und besonderen Anführungsstriche, z.B. »«, zählen, gehören nicht einzeln den Grundzeichen, sondern, so wollen wir sie im Unterschied zur Mathematik und Informatik verstehen, bilden jeweils ein einziges Grundzeichen K aus zwei

aufeinanderfolgenden Teilen. Das Zeichen () als ein Einzeichenwort nennen wir <u>leeres Wort</u>. Wir setzen $()\sqcup W := W\sqcup() := W$, so dass das leere Wort bei der Wortzusammensetzung die Rolle des neutralen Elementes in der Halbgruppe der Wörter unter der Aneinanderreihung als Gruppenoperation einnimmt. Zu den per Definition so genannten und als Einzelzeichenwörter zu behandelnden Grundzeichenpaaren sollen außerdem $:=$, $:\in$ und $:\Rightarrow$ gehören, aber wieder nur dann, wenn sie in dieser Reihenfolge unmittelbar aufeinanderfolgen.

6. Die Klammern haben die technische Funktion der Zusammenfassung von Wörtern. Wird ein Wort W direkt mit dem leeren Wort () verbunden, so ändert es sich nicht, sondern alle seine Grundzeichen bekommen sozusagen einen einheitlichen Anstrich, so dass Anfang und Ende und das Dazwischenliegende als ein einziges Wort gekennzeichnet ist, was dann wichtig wird, wenn eine Wortreihe an eine andere gefügt wird, sie aber als eine Einheit kenntlich bleiben soll. Diese Definition hat den Vorteil, dass Klammern nur paarweise auftreten und die geklammerten Wörter sich nicht überschneiden, dass außerdem auch diese technischen Zeichen sich in das generelle Bildungsschema einreihen. Haben wir mit V und W zwei Einzelwörter, ist V()W ebenfalls ein Einzelwort. Definieren wir zur Klammerung von Wortreihen auch den Unterstrich _ , dann ist $V()W = V\_W = ()U$, wenn $U = V\sqcup W$ gesetzt wird. Auf diese Weise wollen wir die Klammerung von Wortreihen verstehen und dennoch äußere Klammern schreiben, weil wir es so gewohnt und in der Lage sind, nicht nur linear voranzulesen, sondern größere Bereiche auf einmal zu erfassen. Wir müssen uns aber im Zweifelsfalle daran erinnern, dass Wörter nur durch die Leertaste getrennt werden, nicht durch Klammern. Die Schreibweise (V W) oder $(V\sqcup W)$ ist also eine anschauliche Abkürzung für das ungewohntere V_W oder V()W. Hiermit stellen wir schon sehr in Detail gehende technische Mittel bereit. Da wir jedoch die Formalisierung längst nicht so weit in Richtung einer Maschinenlesbarkeit vorantreiben wollen, sondern nur mit dem Ziel, uns in die Lage zu versetzen, abstrakte philosophische Begriffe zu präzisieren, werden wir intuitiv frei mit der Klammerung umgehen.

7. Mit diesen Bemerkungen wird aber deutlich, wie sehr die einfachste Bedeutungszuordnung schon verwoben ist mit der nackten Wortreihe. Wir gruppieren und identifizieren und äußern referenzierend durch Symbole: W ist ein Symbol für ein Wort, das sich als Zeichenreihe von ()W oder $\sqcup W$ unterscheidet. Damit sind die üblichen Grundbezüge zwischen Wörtern genannt: Identität, Elementbeziehung, Referenzierung und mit der Wortzusammensetzung auch eine sogenannte Elementzuweisung, was wir im Folgenden einzeln erläutern wollen im Sinne der anfangs erwähnten Bedeutungszuordnung durch umgangssprachliche Beschreibung (I.1.6). (Referenzierung und referenzieren sind hier verwendete Fachwörter für „Bezugnahme“, da der Autor

sich nicht mit der schlechten üblichen Übersetzung der englischen „refer“ und „reference“ anfreunden kann, aber auch nicht zu sehr in der Wortwahl abweichen möchte. Später (I.3) werden mit einhergehender Differenzierung die deutsche Übersetzungen „verweisen“ und „Verweis(ung)“ verwendet.)

8. In unserem linearen Wort-Modell nennen wir zwei Einzelwörter gleich, wenn sie in derselben Reihenfolge aus denselben Grundzeichentypen bestehen. Ein <u>Einzelwort</u> ist ein Wort, das kein Trennzeichen ⊔ enthält. Damit können Erscheinungen, die an verschiedenen Orten der Sprachwelt auftreten, trotzdem gleich sein. Mehr Worte über die <u>Gleichheit von Einzelwörtern</u> scheinen zur Klärung nicht nötig. Die Klammerung jedoch spielt eine Sonderrolle: Da () als ein Grundzeichen aufgefasst wird, unterscheiden sich ein Einzelwort und „dasselbe“ geklammerte Einzelwort. Dabei fassen wir ()X als ein abgeschlossenes Wort auf, aber auch ()XY. Dass wir ()XY als zulässig ansehen, liegt daran, dass mit XY ja ein völlig neues Wort entstanden ist, dessen Bestandteile nur scheinbar sichtbar bleiben, weil wir in diesem Text mit dem Hinschreiben von XY vom Leser allgemeine Abstraktionsleistungen verlangen. In dem Beispiel der beiden Wörter „zu“ und „recht“, die wir zurecht zu „zurecht“ verbinden können, sind die Bestandteile nicht mehr erkennbar. Dieselbe Auswirkung hätte die Konkatenation von „zur“ und „echt“. Daher bezieht sich die Klammerung auf dieses eindeutig bestimmte Wort. Wenn wir jedoch X()Y, identisch mit X_Y, schreiben, bleiben die Einzelbestandteile sichtbar. Die Wörter ()XY oder X()Y sind also unterschiedliche Einzelwörter. So wollen wir ()duda in üblicher Schreibweise als (duda) verstehen, aber du()da als (du da).

9. <u>Wortreihe</u> verwenden wir synonym für Wort, wenn uns wichtig erscheint, daran zu erinnern, dass darin das Trennzeichen ⊔ vorkommen, ein Wort also ein Satz sein kann. Die <u>Gleichheit von Wortreihen</u> definieren wir als gegeben, wenn die durch die Trennzeichen abgesonderten Einzelwörter, die nicht leer sein dürfen, in der Reihenfolge von links nach rechts übereinstimmen. Nach dieser Definition ist die Anzahl der Leertasten zwischen den Einzelwörtern und der leeren Einzelwörter für die Gleichheit unerheblich. Es kommt auf dasselbe hinaus, wenn wir, ausgehend von einer etwas mathematischeren Auffassung von ⊔ als einer binären Verknüpfung und der anschaulichen Vorstellung von einem Leerzeichen, beispielsweise ⊔X⊔⊔Y als ()⊔X⊔()⊔Y auffassen und () zum neutralen Element der Verknüpfung erklären. Von links nach rechts gelesen, ergibt das X⊔Y. Das Leertastenwort ⊔ scheint dann mit dem leeren Wort übereinzustimmen: ⊔ = ()⊔() = (), was deswegen aber falsch ist, weil ⊔ kein Einzelwort, aber Einzelzeichen, dagegen () ein Einzelwort und ein Einzelzeichen sein soll. Auch die anschauliche, nicht formal korrekte Schreibweise ()X als (X) ist damit insbesondere für ⊔ nur mit Vor-

sicht anwendbar: Es gilt $(\sqcup) = ()$, weil die Gleichung $()\sqcup = ()\sqcup() = ()$ richtig ist. Das Leerzeichen ist in der Tat manchmal „schlecht zu sehen“.

10. Ein Wort $X \neq Y$, das Einzelwort sein muss, ist per Definition ein <u>Element</u> eines anderen Wortes Y oder auch <u>Teilwort</u> von Y, wenn es Wörter U und V gibt, die nicht beide das leere Wort sind, so dass $Y = U\ X\ V$ ist. Dies bedeutet, dass auch eine Wortreihe Element einer Wortreihe sein kann, wenn sie nur geklammert ist, weswegen sie per Definition zum Einzelwort wird. Beispielsweise ist „du da“ nicht Element von „du da vorn“, aber auch nicht „(du da)“, weil „du da“ in „du da vorn“ nicht geklammert ist. Da, wie oben ausgeführt, die Klammerung eine Wortreihe zu einem monolithischen Block machen soll, hat kein Einzelwort ein Element. Die Vorstellung, dass eine Wortreihe in einem Wort enthalten sei, wird dagegen formal durch $X \subset Y$ wiedergegeben (II.1.7). So ist die gemeinsame Vorstellung von der Identität von Wörtern, die durch obige Beschreibung in jedem Leser dieser Zeilen erzeugt werden soll und die letztlich auf der Erkennbarkeit unterschiedlicher Grundzeichen beruht, grundlegend für das intersubjektiv gleiche Handeln, wenn es darum geht, eine Entscheidung darüber zu treffen, ob ein Wort Element eines anderen ist. Hier wird zugleich auch eindeutig festgelegt, welche Identitäts- oder Elementbeziehungsaussagen als wahr (I.1.8) gelten sollen.

11. So sind die Elemente eines Wortes, einer Wortreihe, wieder Wörter. Anders als bei den Mengen der Mathematik können Elemente mehrfach auftreten und ein Wort ist nicht durch die Angabe seiner Elemente bestimmt, da ja auch Reihenfolge und Wiederholungen eine Rolle spielen. Das lassen wir jedoch bei der Elementbeziehung außer Acht. Zur Unterscheidung des umgangssprachlichen Elementbegriffes von dem hier exakt zu beschreibenden Wortelement-Bezug verwenden wir wie in der Mathematik für Mengen das Symbol $\in$, ein Einzeichenwort, das eine kontextabhängige Bedeutung hat, wie wir sehen werden. (externe, beschreibende Definition des Begriffes ‚Symbol’ ab hier, formaler in Absatz 21) Das Zeichen $:=$ symbolisiert formale Referenzierung in unserem Wort-Modell (Absatz 25) und $:\Rightarrow$ ist die in I.3.11 beschrieben Alternative. Die Exaktheit des Aufbaus birgt auch eine Problematik, die sich im leicht verständlichen Assoziativgesetz $(X\sqcup Y)\sqcup Z = X\sqcup(Y\sqcup Z)$, von dem jeder weiß, wie es gemeint ist, zeigt. Die, was die Interpretation der Klammern angeht, formal korrekte Gleichung $X()Y\sqcup Z = X\sqcup Y()Z$ ist nämlich falsch. Wir müssen das Gemeinte handlungsorientierter ausdrücken: Seien X, Y, Z irgendwelche Nomina und $V = X\sqcup Y$ und $W = Y\sqcup Z$, dann ist $V\sqcup Z = X\sqcup W$, formaler: $\forall X\in$ Nomen$\forall Y\in$ Nomen$\forall Z\in$ Nomen $V := X\sqcup Y$ et $W := Y\sqcup Z$ et $V\sqcup Z = X\sqcup W$, wobei et die Verknüpfung von Sprachhandlungen signalisiert (I.3.8). Hieran wird überdeutlich, wie sehr wir gewohnte „zwischen den Zeilen liegende“ Interpretationen in unsere umgangssprachlichen Zei-

chenreihen legen sogar, wenn sie fachsprachlich formal verwendet werden. Es gelten für unseren Sprachrahmen jedoch nur die hier niedergeschriebenen Definitionen.

12. Da unser System rein formal nominalistisch aufgebaut werden soll, erklären wir allein Bezüge zwischen Wörtern, nicht etwa Bezüge zwischen Wörtern und anderen Dingen der Außenwelt, was erst Aufgabe eines formalen interpretierenden Modells eines umfassenden Wirklichkeitsausschnittes ist (ab II.4). Gleichheit und Elementbeziehung wurden schon definiert. Jetzt geht es um Bezeichnung und Ersetzungssynonymie: Zum Beispiel ist ‚Grundzeichen' ein Wort und hat zugleich daher eine Bedeutung, dass wir mit ihm die Reihe der Grundzeichen in Beziehung setzen, die natürlich auch ein Wort ist. Man sagt, dass dieses auf jenes referiere. Der Begriff der Referenz in der Sprachphilosophie, eigentlich im Sinne eines allgemeinen Bezuges ([6] Runggaldier, B.I.1), wollen wir hier aber immer in der Bedeutung der Bezeichnung, der identifizierenden Denotation, gebrauchen: Das Wort „Grundzeichen" ist der Bezeichner für das Wort, gebildet aus der Reihe der Grundzeichen, es <u>verweist auf</u> die Grundzeichenreihe. Ein Wort kann auch auf ein Wort referenzieren, das selbst ein Symbol in einer Referenz auf ein Drittes ist, allerdings unter Beachtung von Regeln (z.B. II.1.17).

13. Referenzierungen sind nur zwischen Einzelwörtern formulierbar, woraus auch Referenzierungen zwischen Einzel- und Mehrfachwörtern entstehen können, was wir an folgendem Beispiel verdeutlichen: In ‚W := du da' referenziert das Einzeichen-Einzelwort W scheinbar auf ein Mehrfachwort. Hier machen wir jedoch wieder wie bei der Klammerung einen Kompromiss an das Gewohnte. Die Definition ordnet, wie gemacht, wegen der Vereinbarung der linearen Schreib- und Leseabfolge (Absatz 3) nämlich nur ‚du' dem Wort W zu und gibt die Absicht daher formal korrekt nur in der Form ()W := du()da oder ()W := du_da wieder, wogegen ()W := (du da) erneut ein formaler Regelverstoß wäre. Wenn das Mehrfachwort ‚du da' an ein Wort V gereiht werden soll, so muss das in der korrekten Form V⊔W geschehen oder bei einem formal inkorrektem Vorgehen unmissverständlich bleiben. Um Unklarheiten zu vermeiden, aber der Gewohnheit entgegenzukommen, sollte man in diesem Fall am besten (W) := (du da) definieren, woraus man per Definition von „:=" auf die Gleichheit von (W) und (du da), anders formuliert, die Identität von W mit du⊔da schließen kann, so dass dann du ∈ W gilt. Wir wiederholen, dass wir im Laufe des Textes freier mit Klammern umgehen, ohne auf die exakte Definition zu verzichten, wenn notwendig.

14. „Symbol" ist, auch das ist eine in der Sprachphilosophie übliche Wortwahl, das Nomen in einer Referenzierung, das bezeichnende Wort, das als ein Name, evtl. eine Abkürzung, für das

Ziel der Referenzierung steht ([7] Goodman, I.1), hier in unserem formalen Sprachsystem ausschließlich ein Wortgebilde aus Marken der Grundzeichenreihe. Um die unästhetisch schwerfälligen Begrenzungsklammern nicht schreiben zu müssen, verwendeten wir schon wiederholt synonym die einfachen Anführungszeichen, unten für die öffnende, oben für die schließende Klammer. Diese Anführungszeichen ‚’ bilden also ein Symbol für die Klammern (), die als ein Grundzeichen aufgefasst werden sollen und die wir als ein Einzeichenwort ‚leeres Wort’ genannt haben, ein weiteres Symbol für (). Wenn Wörter als Symbole auf etwas referieren, so ist das Symbol immer durch das Referenzziel ersetzbar: Beim Lesen von ‚Grundzeichen’ dürfen wir also dort die Reihe der Grundzeichen sehen, weil das in einem Text, der zu unserem betrachteten Sprachrahmen gehört, so definiert ist, wenn es innerhalb des Textes nicht geändert wurde. Wir denken bei ‚leeres Wort’ nicht an eine unklare Seltsamkeit, sondern an die zwei Klammern (), die wir als ein Zeichen ansehen und die klar beschriebene Eigenschaften als Grundzeichen beim Wortaufbau und als Wort beim Aufbau von Wortreihen hat, weil ‚leeres Wort’ intern in unserem Sprachrahmen auf eben dieses Zeichen referenziert, wodurch es auch eine externe Bedeutung, dieselbe wie (), erhalten hat.

15. Ein Symbol, eine Referenzierung, kann kontextabhängig sein. Jede einmal in einem Text definierte Referenzierung soll, das wollen wir mit dem Ziel des Aufbaus einer präzisen Sprache vereinbaren, solange so bestehen bleiben, bis sie an einer späteren Stelle, d.h. in der linearen Leseabfolge des Textes an einer kommenden Stelle, entweder aufgehoben oder anders festgelegt wird. Wenn beispielsweise ‚e’ das Wort ‚europäisch’ bezeichnet, an einer späteren Stelle des Textes aber die eulersche Zahl und wenn an einer weiteren Stelle ein Rücksprung an die erste Stelle nötig ist, so nimmt ‚e’ seine „europäische Bedeutung“ wieder an. Das ist vergleichbar mit globalen und lokalen Definitionen bei einem Pascal- oder C-Programm. Durch explizite Vereinbarung oder Verwendung mit Zitat, aber auch durch tradierte Verwendung kann ein Symbol aber auch über den einzelnen Text hinaus auf denselben Gegenstand verweisen. So wird das Symbol $\mathbb{N}$ in jedem Text die Menge der natürlichen Zahlen bezeichnen und die globale Referenzierung wird auch dadurch nicht aufgehoben, dass das Zeichen in einem Text anders verwendet wird: Im nächsten hat es wieder die überkommene Bedeutung, wenn nichts anderes vereinbart ist.

16. Wir nennen ‚Nomen’ ein Wort, das alle Wörter als Elemente enthält zusammen mit einer auf Nomen erklärten Referenzierungsstruktur. Wie ist das möglich, wo alle Wörter, wie sie in oben beschriebener Weise aus Grundzeichen und Wörtern gebildet werden, doch sicher jede endliche Anzahl übersteigen? Manchen Wörtern schreiben wir Sondereigenschaften zu. So soll das Wort

‚Nomen' in folgender Elementbeziehung zu irgendeinem Wort ‚X' ≠ ‚Nomen' stehen: $X \in$ Nomen. Hieran ist nichts Unendliches, sondern wir erklären, dass jede Wort-Erscheinung in der genannten Relation zu dem Wort „Nomen" stehen soll und werden Äußerungen in unserem Sprachrahmen so einrichten, dass wir nicht in Widerspruch zu dieser Zuweisung geraten. Da die Relation ‚Nomen$\in$Nomen' ausdrücklich ausgeschlossen wurde, gehört ‚Nomen' nicht zu den Nomina, ist also selbst nicht Element.

17. Dem Einwand, eine Relation sei eine Teilmenge der Paarmenge aus der Menge aller Wörter und der Menge aus dem einen Wort ‚Nomen', aber die unendliche Menge der Wörter müsse erst axiomatisch gefordert werden, ist leicht dadurch zu entgegnen, dass auch sprachlich beschreibbare Relationen möglich sind, die genauso exakt formuliert werden können wie mathematische Objekte in der Sprache der Mengen. Die mathematische Sprache ist nur ein Teil des hier geäußerten Sprachrahmens (siehe II.3), sie erhält ihre Existenzberechtigung erst durch das hier entworfene Sprachsystem und nicht umgekehrt. Unter den Elementen von Nomen verstehen wir schlicht alle Wörter außer eben dem Wort, dem alle diese Wörter per Vereinbarung durch eine Relation, die wir mit $\in$ bezeichnen, zugeordnet sind. Was ‚Nomen' bedeutet, wird durch Beispiele und einfache umgangssprachliche Beschreibungen, die den rechten Gebrauch anzeigen, erklärt. Dadurch ist ‚Nomen' ein externer fachsprachlicher Grundbegriff. Eine externe Definition erfolgt also für spezielle Wörter unseres Sprachrahmens in der natürlichen Sprache deskriptiv, und dadurch erhalten sie eine besondere Eigenschaft, die wir formal dadurch ausdrücken, dass wir sie zu dem Wort ‚<u>extern bedeutungsvoll</u>' in eine Elementbeziehung setzen, wobei ‚Nomen' wiederum eine Ausnahme darstellt, weil sich sonst eine zirkuläre Beziehung bildet, die wir wegen der zu großen damit verbundenen Problematik vermeiden wollen.

18. Die genannte Referenzierungsstruktur ‚synonyme Ersetzung', „:=", auf Nomen ist eine Relation zwischen seinen Elementen, die jedem Wort in Nomen genau ein Wort in Nomen zuordnet, mathematisch gesprochen, eine Funktion S. Im Allgemeinen wird ein Wort auf sich selbst verweisen, sich selbst zugeordnet sein, so dass $S\,X = X$ ist. Oft wird ein Einzelwort wie ‚Grundzeichen' auf etwas Komplizierteres, möglicherweise eine Mehrwortreihe, referenzieren, die wiederum Verweise enthalten kann. Die Referenzierung soll daher die Wortreihenstruktur respektieren: $S(X\ Y) = S(X)\ S(Y)$, wobei diese Schreibweise wieder einen „Missbrauch" unserer Sprache darstellt, da die Regel eigentlich lauten muss: $S\,()W = S\,()X\ S\,()Y$ mit $W = X\ Y$. Sie ist der formale Grund dafür, dass wir einen Referenzierungsgraphen aufstellen können. Verweist ein Wort W auf ein Wort V durch $W := V$, was durch die gleichnamige Sprachhandlung (siehe I.3.2) innerhalb eines Textes geschehen kann, so stellt das eine interne Definition für W dar,

wodurch das Nomen W zum Bezeichner von V wird. Die Funktion S ist kontextabhängig, mathematisch gesprochen eine Familie von Funktionen, parametrisiert durch die Wörter eines Textes.

19. Da die Referenzierungsfunktion durch unsere Äußerungen gegeben und verändert wird, stellen wir Syntaxregeln auf: Jedes Referenzierungsdiagramm soll, ausgehend von einem Wort in Nomen, endlich sein und keine Schleifen enthalten, was nicht bedeuten muss, dass wir die triviale Selbstreferenzierung der Form W := W ausschließen. Natürlich ist auch die Frage nach der Möglichkeit unendlicher Graphen sehr interessant, die beispielsweise bei der Problematik der Selbsteinsetzung von Aussagen eine Rolle spielt. Sie würde aber den Rahmen dieser Arbeit sprengen. Die hier gemachten Einschränkungen haben sich in der Mathematik bewährt. Muss man, selten genug, für die Vervollständigung einer Definition auf dasselbe Muster, also scheinbar auf das Wort selber, zurückgreifen, so geschieht das unter strenger Kontrolle darüber, dass man nicht in eine Schleife gerät. Damit werden auch imprädikative Begriffsbildungen ([8.1] Carnap, III) vermieden.

20. Wir nennen Symbol ein Wort in Nomen, das nicht auf sich selbst verweist. Eine Wortreihe sei genau dann Symbol, wenn sie ein Einzelwort enthält, das Symbol ist. Wegen der Endlichkeit des Referenzierungsgraphen gibt es eine Wortreihe, auf die das Symbol verweist und die kein Symbol ist, das Symbolziel des Symbols X, auf dem alle Referenzierungen, die von X ausgehen und über Zwischensymbole weitergehen, enden. Allgemein können wir es „symbolisch“ als S^nX bezeichnen, wenn $SS^nX = S^{n+1}X = S^nX$ gilt. Die Definition der Symboleigenschaft ist kontextabhängig wie das ganze System ‚Nomen’. Ein formaler Text in unserem Sprachrahmen ist als lineare Wortreihe vorzustellen, wo ‚Nomen’, geknüpft an jedes Wort, eine lokale von diesem Wort abhängige Identitäts- und Elementestruktur hat. Symbole bekommen eine sogenannte interne Bedeutung, die sie von ihrem Symbolziel übernehmen, sind intern bedeutungsvoll.

21. Daher lässt sich auf Nomen eine Identitätsrelation definieren: X = Y genau dann, wenn die Symbolziele als Wörter gleich (Absatz 9) sind. Dies ist die formale Beschreibung der Ersetzungssynonymie. Ein Nomen ist per Definition Element eines anderen, $X \in Y$, genau dann, wenn das Symbolziel von X in dem Symbolziel von Y als Wort enthalten ist (Absatz 10). Diese Referenzierungsstruktur ist kontextabhängig, abhängig also von Vereinbarungen und Definitionen in einem vorliegenden Text. Damit ist das Wortgerüst unseres Sprachrahmens aufgestellt: Jeder formale Text ist eine Wortreihe in Nomen, auch dieser Text, jedoch ohne seine Bedeutung, ausgenommen Wortteile im Zusammenhang mit den Einzelzeichenwörtern ‚ = ’, ‚∈’, ‚ := ’ und dem

Wort ‚Nomen'. Wortreihen, die sie enthalten, tragen eine externe Bedeutung, die ihnen durch die externe Definition dieser Einzelzeichenwörter zugetragen wird. Der alles umgebende erläuternde Text mit seiner Bedeutung ist das umgangssprachliche Gerüst, das für den Bau des formalen Sprachrahmens unverzichtbar ist. Wir werden uns für den Sprachrahmen auf ein Minimum von externen Bedeutungsbeschreibungen beschränken, wie wir sie für die Nomina ‚Nomen', ‚Symbol', ‚ = ', ‚∈', ‚ := ' u.s.w. schon durchgeführt haben. Der externe Bedeutungsbegriff wird in I.3 und I.4, der interne in II.1 ausführlicher besprochen.

I.3 - Anweisungen

Der Aufbau einer präzisen Sprachwelt ist durch Sprachhandlungen möglich.

Die Theorie der Sprechakte und performativen Äußerungen ([6] Runggaldier, C.I ff) und die Handlungsanweisungen der Programmiersprachen legen Augenmerk auf Eigenschaften von Sprachen, die in der Mathematik bisher keine Rolle gespielt haben, die jedoch wesentlich dazu beitragen, ihre Grundlegung zu verstehen. Wir besprechen und beschreiben hier einige sogenannte Anweisungen, spezielle formale Sprachakte, die wir mit Nomina durchführen können.

1. Ein ‚Symbol' ist nach I.2.20 ist ein Nomen X, das ein anderes Nomen Y denotiert. Das Referenzierte (<u>Referenzziel</u>) ist im Allgemeinen wieder ein Symbol und wir erhalten anschaulich einen endlichen Graphen von Verweisen, an dessen Ende wieder ein Nomen steht, das kein Symbol ist, das Symbolziel. Wir verwenden das Nomen ‚ := ' für die asymmetrische Relation der Referenzierung von X auf Y. Die Wortreihe X := Y symbolisiert also den Akt der Benennung von Y durch X, wodurch nach I.2.21 die Aussage X = Y gültig ist. Das Nomen ‚ := ' bekommt durch diese Verwendungsbeschreibung eine externe Bedeutung, das Nomen X eine neue interne Bedeutung, nämlich die von Y. Das Benennen, symbolisiert durch das Einzeichenwort ‚ := ', ist ein Sprachhandlung.

2. Ein deutsches Wort für Referenzierung ist <u>Verweis</u> im Sinne von Weiterleitung. Solche Verweise sind als definitorische Abkürzungen weit verbreitet. Das externe Symbol ‚ := ' , d.h. ein Nomen mit externer Bedeutung, ist in der höheren Programmiersprache „Pascal" bekannt, wo x := y heißt, dass x denselben Speicherinhalt wie y bekommt, diese Inhalte, meist Adressen für andere Inhalte, jedoch in unterschiedlichen Bereichen x bzw. y gespeichert sind. So ist hier wie dort die Anweisung x := x+1 möglich, da sie hier nichts anderes bedeutet als, dass x

nach diesem Verweis nun auf das Symbolziel referenzieren soll, auf das davor $x+1$ zeigte. Daher ist zum Beispiel für zwei Nomina X, Y in einem vorliegenden Text die Anweisung $Y := Y \sqcup X$ sinnvoll, da sie Y danach als Symbol für das Nomen ausweist, das durch Wortreihung des ursprünglichen Symbolziels von Y mit dem von X zustandegekommen ist. Der Verweis erklärt gemäß der in I.2 beschriebenen Gleichheitsstruktur der Wörter als Elemente in ‚Nomen' das referenzierende Nomen als mit dem referenzierten identisch. Auf der Ebene der Umgangssprache definiert ein Verweis synonyme Wörter, so dass eine näher an der externen Bedeutung liegende Bezeichnung für ‚ := ' die Form ‚möge gleich (synonym) sein zu' hat. Hier wird der Unterschied zur klassischen Philosophie deutlich: Wir wollen Begriffe nicht erklären sondern gestalten.

3. Als einen weiteren Anweisungstyp definieren wir die Zuweisung, die sich auf die Element- statt auf die Gleichheitsrelation stützt: Sind X und Y zwei Nomina und X Einzelwort, so soll $X :\in Y$ bedeuten, dass $Y := Y \sqcup X$ sei, mithin dann $X \in Y$ ist, falls $Y \neq ()$. Diese Definition von ‚ :∈ ' könnte rein formal, auch unter Beachtung von Syntaxregeln wie des Verbots der Schleifenbildung, gegeben werden, so dass ‚ :∈ ' interne Bedeutung hätte. Wir erweitern sie jedoch sofort durch externe Beschreibung sogenannter statischer oder dynamischer „Objekte" (Absatz 4). Dazu definieren wir das Nomen ‚Objekt' als ein Symbol, das auf eine Wortreihe verweist, welche als Elemente die Nomina enthält, die durch Zuweisungen als ein Objekt gekennzeichnet werden sollen. Eigentlich ist ‚Nomen' selbst ein solches Objekt, es kann jedoch aus formalen Gründen nicht als Objekt definiert werden, weil sich sonst der Zirkel ‚Nomen∈Objekt∈Nomen' ergeben würde, und außerdem ist ‚Nomen' zwar ein Wort unserer Sprachwelt, aber kein Nomen (I.2.16). Eine Zuweisung hat eine Bedeutungskomponente: Es ist die Festsetzung des Prädikats, dass es so sei, dass ein Gegenstand Element eines anderen ist (siehe II.1.29).

4. Ein Objekt ($O \in$ Objekt) nennen wir also solch ein Nomen, das wir zu einem Objekt erklären ($O :\in$ Objekt) und für dessen Elemente $x, y \in O$ die Gleichheits- und Elementrelation ($x = y$, $x \in y$) gesondert definiert werden und deshalb von der für Nomina verschieden sein können. Objekte (in dem erweiterten Sinne von II.1.29, also auch Elemente von Objekten) sollen außerdem die Eigenschaft haben, dass die Eigenschaft, ein Element eines Objektes zu sein, sich nicht ändert, auch wenn seine Bezeichnung im Laufe eines Textes sich ändert oder gar auf ein anderes Ziel gerichtet wird. Will man auf ein Objektelement in einem solchen Falle wieder zugreifen, muss es durch eine eindeutig charakterisierende Eigenschaft (II.1.11) oder durch einen Texthinweis (Absatz 10) auf die Stelle seiner Zuweisung oder seines Nachweises (Absatz 13) angegeben wer-

den. Es gibt natürlich etliche Nomina mit externer Bedeutung, die keine Objekte sein können. So ist zum Beispiel ‚Objekt' selbst kein Objekt, sondern eher eine Eigenschaft, ein Prädikat, und auch aus den eben genannten Syntaxgründen sollte ‚Objekt' nicht zu einem Objekt gemacht werden. Im Prinzip aber steht es dem Erbauer einer formalen universellen Sprache frei, welche Nomina er zu Objekten erklärt. Ein damit verfolgtes Ziel ist der Aufbau einer Ontologie durch Festsetzung einer Identitäts- und einer Unterordnungsrelation und darin das Streben nach Objektivität durch Formalisierung. Wie weit das gelingt, hängt vom Erfolg seiner Wortwahl ab. Der Begriff ‚Objekt' erhält durch die Beschreibung in diesem Abschnitt und erläuternden Gebrauch im weiteren Text also externe Bedeutung.

5. Wenn x zu einem Objekt gemacht ist, d.h. $x \in$ Objekt, soll es sich bezüglich der Elementzuweisung anders verhalten als ein Nomen: Eine Anweisung $y :\in x$ (y <u>wird zugewiesen zu</u> x) ändert das Symbolziel von x, das ja ein Nomen ist, nicht, der ‚Name' des Objektes bleibt bestehen. Ausschließlich die Elementrelation $y \in x$ soll neben den sonstigen Eigenschaften des Objektes zusätzlich gelten. Falls x ein mathematisches Objekt ist, eine Menge oder Klasse, und die Zuweisung $y :\in x$ erfolgt, dann verweist x auf dasjenige Nomen, auf das auch $x \cup \{z \in \text{Menge} \mid z = y\}$ referenziert, so dass aufgrund der in II.1.11 gegebenen Definitionen für solche Objekte $y \in x$ gilt. Wenn dagegen x ein Nomen ist, verweist es nach der Zuweisung von y auf $x \sqcup y$ und, wenn dies mehrere Male geschieht, so enthält x das Wort y wiederholt, während das im Beispiel eines Objektes x nicht der Fall ist, wenngleich ein solches Objekt sich bezüglich der $\in$-Relation einmal verändern, allerdings auch unverändert $x \cup \{y\} = x$ bleiben kann, wenn zuvor schon $y \in x$ galt. Ein wichtiges Beispiel: Sei ‚leer $:\in$ Objekt'. Wir nennen ein Element X in Nomen <u>leer</u>, wenn kein Nomen bis zu der Textstelle, wo das Nomen ‚$X \in$ leer' auftritt, zu einem Element von X erklärt worden ist. Die Gehalt von ‚leer' ist also kontextabhängig, es ist ein sogenanntes dynamisches Objekt (Absatz 14, II.1.15).

6. Die <u>doppelten Anführungsstriche</u> „", welche formal genauso wie ‚' auf das Grundzeichen () referenzieren, werden mit zusätzlicher externer Bedeutung versehen: Für jedes Nomen X ist „X" von der aktuellen Stelle an bis zum nächsten Auftreten seines internen und externen Symbolgehalts beraubt. Schreiben wir also ‚Y' := „X" ‚Z' := ‚X', so ist Y ein Symbol für das Wort, das wir in diesem Text durch X abkürzen, aber Z ist wie X ein Symbol für das Symbolziel von X, also gilt im Allgemeinen $Y \neq Z$. Bilden wir nun das Wort $W := X \sqcup Y \sqcup Z$ und weisen wir einem Objekt V die Wörter X, Y und Z zu, so haben W und V unmittelbar nach den obigen Definitionen von Y und Z die zwei Elemente X und „X". Wenn an einer späteren Textstelle, an der

X, aber nicht Y und Z einen neuen Symbolgehalt haben, auf $X\in W$ zugegriffen wird, so bezeichnet X dann dieses neue Symbolziel, insofern sich der nominale Gehallt von W geändert hat, während sein Element Z noch auf das ursprüngliche Symbolziel von X verweist. Daher ist W Symbol für die Wortreihe aus dem neuen (= X) und dem alten (= Z) Symbolziel von X und aus der X bildenden Zeichenreihe (= Y) zusammen allerdings mit der ihren neuen Symbolgehalt raubenden Klammerung „“. Dagegen ist V gleich geblieben, so setzen wir es fest, da das Objekt nach wie vor die Gegenstände enthält, die an der Stelle des Zuweisungsbefehls als Elemente zugeordnet waren unabhängig von den sich im Textverlauf ändernden Bezeichnungen. Um auf diese Elemente von V zugreifen zu können, müssen wir, wenn nötig, auf die Textstelle ihrer Zuweisung hinweisen.

7. Die doppelten Anführungsstriche »X« haben neben der Klammerwirkung nur die Funktion, ein Objekt von der aktuellen Stelle an bis zur erneuten Nennung von seiner Objektbindung zu lösen, ohne den nominalistischen Symbolgehalt anzutasten. Betrachten wir ein Beispiel: Unter $\{x\in b|\ A\}$ verstehen wir ein Klassenobjekt, aber »{x| A}« ist das Nomen, die Wortreihe {x| A}, also der $\in$-Relation für Nomina unterworfen. Während A∈»{x∈b| A}« gilt, ist ‚A∈{x∈b| A}’ = ‚x∈b ∧ x := A et A’ nach II.1. falsch, weil A als Aussage nicht Element des Bezugsobjekts b ist, wenn $b\neq$ ‚Anweisung’ gilt, und im anderen Falle wegen des Verbots des Selbstbezuges im Allgemeinen nicht sein kann. »{x| A}« ist die Wortreihe aus {, x, | und } sowie dem Symbolziel für A, welches auch „A“ sein kann, wenn das betreffende Zeichen kein Symbol ist, was für die Variable x immer der Fall ist. Diese doppelten Anführungszeichen haben also nur eine abschirmende Wirkung gegen einen Objektbezug.

8. Zur <u>Konnektion von Anweisungen</u> verwenden wir das lateinische „et“. Es hat aber allein die einfache Funktion zu verdeutlichen, dass nach diesem Wort eine weitere Anweisung folgt, die mit der gerade gelesenen eine gemeinsame Wortreihe bildet. Es ist dem Unterstrich _ bzw. $\underline{\sqcup}$ als Klammerersatz vergleichbar (I.2.8), obwohl es ein Wort ist, so dass A⊔B⊔et⊔C dasselbe bedeutet wie $A\sqcup B\underline{\sqcup}C$ oder $A\sqcup(B\sqcup C)$, wobei B und C Anweisungen sein müssen.

9. Im Gegensatz zur Eigenschaft der Anführungszeichen ist eine erneute und veränderte Zuweisung $X := Y$ von der aktuellen Textstelle an gültig, bis X auf ein anderes Nomen referenziert. Ein Zugriff auf die ursprüngliche Bedeutung von X ist erst dann wieder möglich, wenn an der neuen aktuellen Textstelle ein <u>Hinweis</u>, wo sie zu finden ist, gegeben wird. Ein Hinweis kann auch eine formale Gestalt ‚X∈Y’ haben, wobei Y ein Textabschnitt ist, also ein Element von ‚Nomen’, das die Beschreibung enthält, durch die X wieder seine ursprünglichen Bedeutung

bekommt. Dabei ist das Referenzziel von X als Nomen so zu wählen, dass es in Y eindeutig ist, und Y so einzugrenzen, dass dieses definitorische Ziel klar und eindeutig erreicht wird, was üblicherweise durch Teil, Kapitel und Abschnitt erfolgt, gegebenenfalls durch Angabe von Absatz- oder Zeilenzahl geschehen muss. So soll zum Beispiel in dem vorliegenden Text ein Hinweis von der Form T.k.a ein Verweis auf den Absatz der Nummer a im Kapitel k des Teils T sein. Wir können damit sagen, dass ‚vorliegender Text' = ‚I.1.1⊔I.1.2⊔…⊔III.3.3' ist, wenn wir Einleitung, Index und dergleichen außer Acht lassen. Hier liegen ja auch keine philosophischen und keine schwer lösbaren Probleme der Präzision, sondern hiermit soll lediglich verdeutlicht werden, dass solche Hinweise sich leicht den formalen Anforderungen unterordnen, die wir an eine exakte Sprache stellen. Obwohl wir beispielsweise diesem Absatz nicht die ‚I.3.9' voranstellen, ist die externe Bedeutung eines solchen Hinweises auf diesen Absatz dennoch unmissverständlich.

10. Hauptsächlich aber werden Hinweise benutzt, um wieder auf Gegenstände zugreifen zu können, die einmal durch möglicherweise dieselben Nomina bezeichnet waren, die im Textlauf inzwischen auf Anderes verweisen, ohne die Definitionen oder Beweise alle wiederholen zu müssen. Allgemein: Gibt es irgendwo einen Abschnitt eines Textes, geschrieben in unserem Sprachrahmen, in dem das Symbolziel von X dem Symbolziel von Y zugewiesen wurde, und soll X auf das dort beschriebene Element verweisen, so ist ein Hinweis auf diesen Textabschnitt sinnvoll. Ein formaler Beweis kann wie üblich auch Hinweise auf schon erfolgte Ableitungen enthalten, die sogar auf diese Ableitungsfolgen verweisen und daher formal mit ihnen identisch (I.2.21), ersetzungssynonym, sein können, so dass das Symbolziel des Beweises aus einer formalen Herleitung „in einem Guss" besteht.

11. Mit der bedingten Verzweigung oder bedingten Anweisung oder Alternative als weiterer Anweisung, symbolisiert durch ‚:⇒', sozusagen eine Umweisung im Sinne von Umleitung, lässt sich eine komplexere Sprachhandlung symbolisieren, die für den Bau unseres Sprachrahmens wichtig ist. Ihr Auftreten erfordert die Fähigkeit, einer Aussage einen Wahrheitswert zuzuordnen und davon abhängig eine folgende Anweisung auszuführen, wenn sie ‚wahr' ist, oder zu ignorieren, wenn die Negation der Aussage ‚wahr' ist. Damit sind zum Beispiel die Quantifizierungen leicht formal zu definieren: (I.4.10). Bevor wir den Wahrheitsbegriff ebenfalls formal in II.1 innerhalb unseres Sprachrahmens definieren, müssen wir ihn also teilweise schon kennen, um den Sprachrahmen mit Hilfe des Sprachgerüstes überhaupt errichten zu können. Mit unserer Methode der Beschränkung auf das Sprachgerüst (I.1.2), auf unmittelbar einsichtige mit der Umgangssprache beschreibbare einfache Tatsachen, die sich allein auf die Sprachwelt beziehen, vermei-

den wir aber einen zirkulären Aufbau. Zu der von uns reklamierten unmittelbaren Einsichtigkeit gehört die Feststellung des Auftretens eines Wortes W (im Sinne von I.2.3ff) innerhalb eines Textes, das ein Einzelwort, ein Satz oder ein ganzer Beweis aus mehreren Sätzen sein kann. Darunter fällt auch die Einigung über den Anfang, das Ende und den Aufbau des Wortes aus seinen Bestandteilen. Daher können wir Alternativen ausführen, die als Bedingung solche oder ähnlich klare sprachlichen Tatsachen voraussetzen: Unter der Voraussetzung des Auftretens von W, welches im Allgemeinen das umgangssprachliche ‚wahr' für einfache, letztlich empirisch(!) überprüfbare Tatsachen der formalen Sprachwelt unseres Rahmens ist, wird die Anweisung A ausgeführt. Beispiel: (x = „x“) :⇒ (x := y), um sicherzugehen, dass x nicht umdefiniert wird, wenn es schon Symbol ist.

12. Die Wendung ‚x sei∈ y' für Elemente x, y in Nomen wollen wir als Anweisung auffassen, die man als Vorweisung bezeichnen könnte. Sie soll durch x := „x“ die Lösung von x von seiner vorherigen Bedeutung bewirken und, bis im Textlauf definitiv ein neuer Verweis für x ausgedrückt wird, bezeichnet x irgendein Element von y, was nur besagt, dass x∈y wahr ist, wenn y nicht leer ist, ohne dass x auf ein konkretes Element von y verweist. Ist y leer, definieren wir die entsprechende Vorweisung als das leere Wort. Wir verwenden diesen Begriff, um die Quantifizierung ‚∀x∈y' oder ‚∃x∈y' zu definieren, die ab I.4.9 erläutert wird. Die Vorweisung ist typischerweise die Einleitung für den Beweis einer Allaussage. Betrachten wir ein Beispiel: ‚x sei∈ Bei⊔s⊔piel'. Dann können wir die Aussage x∈Bei⊔s⊔piel als wahr ansehen, wissen also, dass die Aussage ‚x = Bei oder x = s oder x = piel' gilt und können damit weitere Argumente bilden. Wenn wir jedoch x := „B“ definieren, so ist die Vorweisung aufgehoben und wir wissen, dass x das Einzeichenwort B und dass die eben genannte Disjunktion nicht wahr ist. (Zur Dynamik des Wahrheitsbegriffes siehe Absatz 15.)

13. So haben wir also die verschiedenen Typen von Anweisungen: Verweise (:=), Zuweisungen (:∈), Vorweisungen (x sei∈ y), Verzweigungen (:⇒). Auch Aussagen (Aufweisungen) zählen wir rein formal aus technischen Gründen zu den Anweisungen, denn es steckt ja auch in jeder hingeschriebenen Aussage die Aufforderung, wenn auch doch nicht eine zwingende Anweisung, einen Nachweis über den Wahrheitswert im eigenen Text zu führen. Ein Nachweis ist im Allgemeinen ein formaler Beweis, kann aber auch durch textlichen oder verbalen Erweis der Offensichtlichkeit ausgedrückt werden, welcher allerdings jederzeit durch einen vollständigen Beweis einlösbar sein, oder dafür einen Verweis auf eine Textstelle (Hinweis) geben muss. Wir kommen auf Nachweise im Zusammenhang mit Wahrheit und Gültigkeit in II.1 und II.4 zurück.

Anweisungen „laufen ständig im Hintergrund ab“: Anweisungen bleiben mit der Ausnahme der doppelten Anführungszeichen von der Stelle an gültig, an der sie ausgesprochen, d.h. aufgeschrieben wurden. So steht nach ‚x sei$\in$ y' auch für spätere Zeilen die Aussage $x\in y$ zur Verfügung oder, wenn y leer ist, bleibt die Anweisung als leere Anweisung () unwirksam. Der Fall, dass eine Anweisung vor dem Textende abgeschlossen werden soll, muss daher extra vermerkt werden. Wir könnten dafür das Wort ‚Anweisung (A) Ende' reservieren, wobei A auf die betreffende Anweisung verweist. Alle in unserem Sprachrahmen definierten Anweisungen haben ein verordnetes Ende jedoch nicht nötig, so dass wir auf die formale Einführung einer derartigen Wendung verzichten.

14. Wir haben ja das Nomen ‚Objekt' für solche Nomina reserviert, für die die Gleichheits- oder Elementerelation möglicherweise anders definiert ist als für solche Nomina, welche keine Elemente eines Objektes sind. So wird in II.1 ‚Klasse' als Element von ‚Objekt' erklärt, weil alle Elemente aus ‚Klasse', die insbesondere als Nomina der Form $\{x\in b| A\}$ festgelegt werden, einer zur Definition in ‚Nomen' unterschiedlichen $\in$-Relation unterworfen sind und weil die extensionale Identitätsrelation darauf aufbaut. Wir unterscheiden <u>statische Objekte</u>, die insofern kontextunabhängig sind, als keines ihrer Elemente nach Abschluss ihrer Definition wegfallen oder ein neues hinzukommen kann, und <u>dynamische Objekte</u> y, bei denen die Eigenschaft, Element in y zu sein, abhängig von der Textstelle ist. Da die natürlichen Zahlen $\mathcal{N}$ nach ihrer Definition (II.1.9) keine zusätzliche Elementzuweisung erfahren, bleibt das Objekt so, wie es ist, bleibt ein statisches Objekt. Als Beispiel eines sogenannten dynamischen Objektes dient das Objekt ‚leer' (I.2.5), dessen Elementegesamtheit von jedem Wort eines gegebenen Textes abhängig ist, da durch unsere Sprachhandlungen, die Anweisungen, im Text linear fortschreitende Veränderungen am System bewirkt werden, die die Elementrelation betreffende Auswirkungen auf manche Objekte und Nomina haben. Auch „die Wahrheit“ ist dynamisch und kontextabhängig und nicht etwa ewig und unwandelbar: Verweist ein Wort X an einer Textstelle auf ein Wort Y, so ist $X = Y$ wahr, und wird X an einer nächsten zur Bezeichnung für $Z\ (\neq Y)$ verwendet, so ist $X = Z$ wahr, aber nicht mehr $X = Y$. ‚wahr' (II.1.21) ist ein dynamisches Objekt.

15. Als Handelnder trägt man Verantwortung. Wir dürfen durch unsere performativen Äußerungen keine Antinomien erzeugen, da dann im Prinzip alles beweisbar wäre. So hat es sicher wenig Sinn, ein Nomen X, das nicht Einzelwort ist, durch X :$\in$ leer als leer zu definieren, was auch deswegen problematisch ist, da ‚leer' als dynamisches Objekt durch kennzeichnende Eigenschaften beschrieben wird (II.1.5), die X nicht als Element von ‚leer' zulassen. Wir hätten dann mit X$\in$leer und X$\notin$leer eine Antinomie produziert. Nicht alle Konstruktionen, die auf Wi-

dersprüche führen können, sind durch Syntaxregeln zu verhindern, wie sie in II.1 formuliert werden, so dass es unserer Aufmerksamkeit überlassen ist, wie weit wir erfolgreich sind. Durch Kommunikation, Wechselwirkung intersubjektiver Äußerungen, können wir unser Sprachgebäude vervollkommnen.

16. Um ein Ziel der Sprache, die Außenwelt exakt beschreiben zu können, geht es in dieser Arbeit auch. Dazu haben wir die Sprachwelt von der restlichen Außenwelt abgetrennt. Dieser Text ist davon ein Teil, und in dieser hier aufgebauten Sprachwelt ist der Wahrheitsbegriff unproblematisch, weil diese Welt als Welt der Erscheinungen von in I.2 beschriebenen Zeichen unproblematisch intersubjektiv zu handhaben ist. Wahrheitsentscheidungen in dieser Welt beschränken sich auf die Fähigkeit, bestimmte Zeichen zu erkennen, zu gruppieren, mit Hilfe einfacher Spielregeln Zuordnungen durchzuführen. Wahrheitsfindung erfordert nicht die Fähigkeit, die „natürliche Bedeutung“ von abstrakten Begriffen wie ‚synonym’ oder gar ‚die Wahrheit’ zu kennen. Die ontologische Voraussetzung für das Verständnis vom korrekten Gebrauch des hier vorgestellten Sprachrahmen ist vergleichbar mit der Verständigungsmöglichkeit über die Art und Weise, in welcher man verschiedene Holzklötzchen oder, moderner, Plastiksteinchen verwenden sollte, um etwas aufzubauen, das private Fantasie, das private Vorstellungen anregt. Die Äußerung dieser Vorstellungen sind jedoch ausschließlich die konkreten Klötzchen- oder Steinchengebilde. Allein darüber und über die selbstverordnete Regelrechtheit ihres Aufbaus ist eine eindeutige Kommunikation möglich.

17. Natürlich gibt es in unserem formalen Sprachrahmen auch Wörter, die eine andere Bedeutung haben als nur ihre Bezüge innerhalb eines Textes. Dazu gehören die empirischen Grundbegriffe, die wir in II.4 besprechen, und die deskriptiven externen Begriffe, von denen wir insbesondere die Anweisungen kennengelernt haben. Das nächste Kapitel beschäftigt sich mit den problematischsten: der Quantifizierung, der Variablen und dem Unendlichen.

I.4 - Externe Bedeutung

Nur wenige abstrakte Begriffe erfordern eine umgangssprachliche Erläuterung.

1. Die externe Bedeutung von empirischen Begriffen wird ab II.4 erläutert. Zählen wir die bisher als extern bedeutungsvoll genannten Begriffe unseres Sprachrahmens auf:

(aus I.2:) Grundzeichen, Wort, Einzelwort, Wortreihe, Nomen, Leerzeichen (⊔), leeres Wort (), verweist auf (:=), ist gleich (=), Symbol, Symbolziel, ist Element aus (∈, für Nomina und Objekte unterschiedlich), extern und intern bedeutungsvoll,
(aus I.3:) Referenzziel, wird zugewiesen zu (:∈), Objekt, vorausgesetzt - dann (:⇒), ‚sei∈'.
Interne Bedeutung, die vor allem in II.1 definiert wird, erhalten die Wörter ‚leer' (II.1.5) und, was die Kombination mit $\wedge$ und $\neg$ betrifft, ‚wahr' (Absatz 15 und II.1.21).
Die Beschreibung der Sprachweltentität ‚Nomen' schließt auch die der Gleichheit von Wortreihen ein, weswegen auch das Wort ‚ = ' eine Bedeutung für die Art seiner Verwendung und bei seinem Vorkommen in Aussagen, die wir in II.1 formal definieren, erhält. Darüberhinaus haben wir eine Art der Referenzierung eines Wortes in Nomen auf ein anderes beschrieben, das eine Bezeichnung, Denotierung darstellt und das das eine Wort zum Symbol für das andere macht (I.2.20), wodurch ‚Nomen' eine zusätzliche kontextabhängige Struktur erhält und die Gleichheits- und Elementrelationen ‚∈' und ‚=' daran angepasst sind. So nehmen diese Wörter eine erweiterte, von diesem Text abhängige externe (I.2.17) Bedeutung an, während durch interne Referenzierungen durch ‚sei gleich' (:=) die linken Wortreihen eine durch die rechten Wörter definierte ersetzungssynonyme Bedeutung erhalten. Diese Beispiele geben das wieder, was ab I.2.12 allgemein beschrieben wurde und das Wort ‚:=' letztlich mit einer externen Bedeutung versieht. Durch formale, interne Bedeutungszuschreibung (I.2.19) erhalten auch die einfachen Anführungsstriche ihren Sinn. Sie sollen schlicht als ästhetische Alternative für die runden Klammern zur Verfügung stehen.

2. Die externe Definition dieser Begriffe schließt ein, dass wir beim ihrem Gebrauch wissen, ob es sich um ein Individuum handelt oder um eine k-fache Relation. Hier nun stoßen wir auf zentrale Begriffe der formalen Logik: Individuum und Variable, Funktion und Relation. Sie werden auch bei der Definition von formalen Sprachen mit Hilfe der natürlichen Sprache, die oft die Metasprache darstellt, erklärt und als gegeben vorausgesetzt und erhalten erst dadurch ihre spezielle Bedeutung, dass die Individuen als Bezeichnungen für bestimmte Objekte eines Wirklichkeitsbereiches interpretiert werden, die Variablen „darauf warten", funktional irgendwelchen Individuen zugeordnet zu werden, was man als Belegung bezeichnet, und Relationen und Funktionen werden dann formal als Teilmengen von Individuenpaarmengen definiert. Das ist natürlich nur möglich, wenn die Wirklichkeit des mathematischen Mengenuniversums oder physikalisch-empirischer Bezüge zur Realität als schon existent hingenommen wird. Wir gehen zwar davon aus, dass es eine Außenwelt jenseits unserer subjektiven Gehirnstrukturen gibt (I.1.3), wollen jedoch erst lernen, ihre Struktur zu erkennen, indem wir zunächst einen Teil, die Sprachwelt, studieren.

3. In der von uns errichteten und betrachteten Sprachwelt gibt es nur Individuen, nämlich Zeichen und Wörter, die Nomina. Die Sprachwelt ist jedoch auf uns Subjekte in der Welt angewiesen, da wir sie gestalten und wir ihr normativ zusätzlich zu den allgemeinen Naturgesetzen, was das auch immer heißen mag, Gesetze auferlegen, die von uns freiwillig befolgt werden, um dadurch ein Ziel, die Erkenntnis der restlichen Welt, zu erreichen. Die Sprachwelt kann durch einzelne Subjekte ausgeweitet oder verengt werden und das Ergebnis ist ein Teil der Welt, der als Erkenntniswerkzeug vorgeschlagen werden kann. So geschieht es hier. In unserer Sprachwelt sind die Nomina Individuen der Außenwelt, die wir als Typen erkennen (I.1.5, I.2.1ff). Unter Ihnen bestehen von uns geschaffene Relationen wie Verweis, Elementbeziehung, Identitätsrelation und dergleichen, deren verständigen Gebrauch wir durch Beschreibung zu vereinheitlichen versuchen. Diese Relationen gehören zum Grundverständnis der kommunikativen Eigenschaften der Subjekte, während wir weitere als die hier beschriebenen ausdrücklich ausnehmen und einer im formalen Sprachrahmen zu formulierenden Theorie vorbehalten.

4. Was eine Variable sein mag, ist erst noch zu klären. Sie gehört jedenfalls nicht zu dem Vokabular, das wir dem erwähnten Grundverständnis zurechnen. Sie steht im Zusammenhang mit der Vorstellung einer Menge, einer Gesamtheit von Individuen, einem neuen Ganzen, wie es klassisch heißt. Das „neue Ganze“ wird axiomatisch als existent gefordert, wobei von Axiomen angenommen wird, dass sie unmittelbar einsichtig sind. Im Falle der Mathematik ist das ein verwunderliches Vorgehen, da niemand beispielsweise in der Lage ist, das Potenzmengenaxiom einzusehen. Im Gegenteil trifft die Zumutung der Einsicht in die Existenz riesiger Potenzmengen auf verständlichen Widerstand bei Philosophen und Desinteresse bei Mathematikern, welches möglich ist, weil sie aus der Vorstellung der kardinalen Anzahl keine mathematischen Schlüsse ziehen, sondern lediglich mit den sprachlichen Formulierungen hantieren. Tatsächlich ist es ja nicht die Außenwelt jenseits aller Subjekte, die etwas zusammenfasst und uns als neues Ganzes vorsetzt, das wir dann nur noch benennen können, sondern wir Subjekte benennen eine von uns erkannte und gewollte Zusammenfassung schon ausgemachter Individuen als eben diese Gesamtheit. Die dahinterstehende Sprachhandlung besteht aus der Wahl einer Bezeichnung b und einer Zuordnung der betreffenden Individuen als Elemente von b, etwas, was wir Zuweisung genannt haben.

5. Auf diese Weise zeichnen wir Wörter b aus, die der Benennung von Gesamtheiten dienen, welche nichts weiter sind als Wörter, denen wir andere Wörter, Individuenbezeichnungen, als Elemente zuweisen, was wiederum nichts weiter bedeutet, als dass diese Individuenbezeich-

nungen in einer Relation zueinander stehen, die wir Elementbeziehung nennen. Dabei kommt es auf weitere definitorische Relationen an, ob wir über die Elementbeziehung etwas Weiteres aussagen können, wie es bei der in ‚Nomen' geltenden der Fall ist. In diesem Absatz haben wir mit b in natürlicher Weise ein Wort verwendet, dem man das Variablenprädikat zuordnen könnte. Wenn allgemeiner für Nomina b und c in einem Text die Aussage $b \in c$ als wahr behauptet wird, ohne dass wir Beweisen oder Hinweisen im Einzelnen nachgehen wollen, so dass wir nicht wissen können, auf welches Element b verweist, dann ist es dennoch möglich, über b zusätzliche Erkenntnisse zu erwerben, wenn wir Kenntnis einiger Eigenschaften von c besitzen. Selbst wenn das nicht der Fall ist, wissen wir immerhin, dass das Nomen b auf ein Element von c verweist. Wenn zum Beispiel $c = \{p,q\}$ ist, so wissen wir, dass $b = p$ oder $b = q$ gilt, wobei die Gleichheitsrelation diejenige ist, die für c definiert wurde.

6. Eine <u>Variable</u> b auf c in unserem Sprachrahmen ist per externer Definition also ein Nomen, dessen Symbolziel ein Element von c sein kann, das wir jedoch nicht zu kennen brauchen. Die Wendung ‚b sei$\in$ c' für Elemente b, c in Nomen wollen wir als Anweisung auffassen, die man <u>Vorweisung</u> nennen könnte und die ein Nomen b, das nicht Symbol ist, als Bezeichnung für ein Element in c bereithält, eine kleine Abwandlung der Platzhaltereigenschaft von klassischen Variablen. Es kommt also bei unserem Begriff von einer Variablen b nicht darauf an, dass sie etwa alle vorstellbaren Elemente erfasst, die zu c in der Elementbeziehung stehen, geschweige denn dass sie alle diese Elemente in irgendeiner Reihenfolge durchläuft, sondern b verweist erst dann konkret auf ein Element von c, wenn wir es in einem linearen Text unseres Sprachrahmens vorweisen können. Auf jeden Fall ist aber $b \in c$ immer eine wahre Aussage, wenn c nicht leer ist, und mehr soll die Tatsache, dass b eine Variable auf c ist, auch nicht besagen. Dabei ist aber zu beachten, dass das eben genannte Wort ‚leer' die umgangssprachliche Bedeutung hat, die besagt, dass dem Nomen c bis dahin zu keinem anderen Nomen a in der Elementrelation $a \in c$ steht, aber nicht unbedingt die gleichnamige Klasse. Das Wort beschreibt also nur eine elementare unmissverständliche, den Gebrauch von $\in$ betreffende Eigenschaft und das ist hier ausreichend.

7. Betrachten wir mit dem Symbol ‚2' eine klassische Individuenkonstante in einer elementaren formalen Sprache ([10] Tuschik, 2.2, Box 9), die durch ein Modell ([10] ebenda) der natürlichen Zahlen mit Addition und Multiplikation interpretiert wird. Je nach Modell ist $2 = \{\{\emptyset\}\}$ oder $2 = \{\emptyset,\{\emptyset\}\}$ oder sonst etwas, aber eigentlich ist nur wichtig, dass $2 = 1+1$ ist, was in allen Modellen gilt, wenn 1 das jeweilige Neutrale der Multiplikation bezeichnet. Wichtig sind in der Tat

allein die Axiome, mit der alle Modelle beschrieben werden und mit deren Hilfe $2 := 1+1$ deswegen definiert werden kann, weil es genau ein Element mit der Neutraleneigenschaft gibt, welches 1 genannt wird. Nachdem durch Angabe eines konkreten Modells die Existenz auch eines multiplikativen Neutralen gesichert ist, ist es nicht nötig, ein konkretes Modell vorzuweisen, um sagen zu können, ‚sei 1 das Neutrale der Multiplikation'. Denn auch, wenn wir sagen, sei $\mathbb{N}$ die Menge der natürlichen Zahlen und sei 1 das multiplikative Neutrale, so meinen wir, dass mit $\mathbb{N}$ ein irgendein beliebiges Modell der Axiome der natürlichen Zahlen und mit 1 das Element in $\mathbb{N}$ bezeichnet sei, das die genannte Eigenschaft des Neutralen hat. Eine Individuenkonstante wird also klassisch als ein durch charakteristische Eigenschaften gekennzeichnetes unbestimmtes Element verstanden, das zwar einzigartig sein kann, es aber im Allgemeinen nicht ist, weil es mehrere Modelle gibt, aus denen es stammen kann. Wenn wir in unserem Sprachrahmen also die Vorweisung ‚$\mathbb{N}$ sei$\in$ Modell der natürlichen Zahlen' geben, dann ist $\mathbb{N}$ ein Einzelzeichenwort, das an der Stelle dieser Anweisung kein Symbol ist, sondern dann erst auf ein konkretes Modell verweist, wenn wir ein solches vorweisen. Daher ist $\mathbb{N}$ in unserem Sinne eine Variable, und dasselbe gilt für 1 oder 2 in diesem Zusammenhang. Wenn wir möchten, können wir für $\mathbb{N}$ konkrete Modelle einsetzen, wobei der Versuch, dasselbe für die Variable 1 zu machen, berücksichtigen muss, dass $1 \in \mathbb{N}$ wahr ist. Daher können wir nur aus einem Modell wählen, auf das $\mathbb{N}$ verweist, und das nur, wenn diese Variable belegt ist. Mithin werden wir notgedrungen für die 1 das eindeutig bestimmte Neutrale in dem ausgewählten Modell nehmen müssen.

8. Tritt ein Nomen x, wo x kein Symbol ist, in einer Aussage A auf, so heißt x <u>Variable</u> für A. Klassisch werden solche Aussagen ‚Ausdruck' genannt, und erst, wenn die Variable durch Quantifizierung oder Einsetzung einer Individuenkonstanten einen Wert erhält, wird der Begriff ‚Aussage' gebraucht. In unserem Fall aber ist x ein Nomen, das auf sich verweist, und daher kann A auch dann als Aussage aufgefasst werden. Wenn x in dem Beispiel $A :=$ ‚$x \in y$' eine Variable in unserem Sinne ist, so macht die Aussage ja dennoch Sinn, da es auf die Definition des Objektes y ankommt, ob $x \in y$ wahr ist oder nicht. Im ersten Fall liegt im klassischen Sinne dann nämlich eine Allaussage ohne formale Quantifizierung vor, da $x \in y$ genau dann wahr ist, wenn x auf irgendein beliebiges Element von y verweist. Daher können wir jedem klassischen Ausdruck ein Wahrheitsprädikat zuordnen und vermeiden damit die Bewertung durch Sinn oder Unsinn. So interpretieren wir das berühmte Carnapsche Beispiel ([8.2], 4.) ‚Cäsar ist eine Primzahl' jedenfalls als eine mögliche regelgerechte Aussage innerhalb unseres Sprachrahmens, die allerdings falsch ist: Wenn Cäsar auf einen physikalischen Körper in der Raum-Zeit referenziert, ist er nicht in der Menge der Primzahlen enthalten (vergl. II.1.28.5). Selbst wenn wir ‚3 := Cäsar'

definieren würden und dann ‚$3\in$Primzahl’ behaupteten, wäre diese Aussage falsch, da nun das Wort ‚3’ ein anderes Symbolziel, nämlich Cäsar, erhalten hat, das ja eine empirische Bedeutung besitzt. Im Unterschied von der von Carnap vertretenen üblichen Auffassung halten wir konsequenterweise auch sprachliche Äußerungen für Sachverhalte, nämlich solche der selbst gestalteten Sprachwirklichkeit. Insofern ist $3\in$Primzahl die Äußerung eines falschen Sachverhaltes, nachdem wir 3 gerade umdefiniert haben (vergl. I.3.9). Und selbst der Ausspruch ‚Cäsar ist und’, formal ‚Cäsar$\sqcup\in\sqcup\wedge$’ ist möglich, aber falsch, da in unseren Sprachrahmen ‚$\wedge$’ ein leeres Nomen ist.

9. Wenn y als Nomen oder Objekt das Symbolziel des Einzelzeichenworts x als Element enthält, dann ist die Aussage $x\in y$ wahr, im anderen Falle falsch, jedoch nie unsinnig. Mit der Anweisung ‚x sei$\in$ y’ (I.3.12) halten wir x lediglich als Bezeichnung für ein konkret zu nennendes Element von y vor. Wir unterscheiden also nicht zwischen Ausdrücken und Aussagen, weil sich unsere Variablen zwar nicht sprachlich und nicht formal von den klassischen Variablen unterscheiden, aber in Verständnis und Gebrauch umfassender sind. In II.1 definieren wir formal, was wir unter ‚Aussage’ verstehen wollen. Es ist die klassische Definition mit dem Unterschied, dass es keine Elementarausdrücke, sondern nur Elementaraussagen gibt. Daher kann jede Aussage quantifiziert werden unabhängig davon, ob sie Variablen enthält oder nicht. Wir fassen Quantifizierung als eine Sprachhandlung, eine Anweisung auf, die auf Aussagen durchgeführt wird. Wir lassen nur relative Quantifizierung in der Form $\forall x\in y$ zu, wobei y natürlich ein „Universum“ bezeichnen kann wie beispielsweise das mathematische Mengenuniversum.

10. Auf diese Weise ist die <u>Quantifizierung</u> einer Aussage A zu verstehen: ‚$\forall x\in y$ A’ := ‚(x sei$\in$ y) et A’ (zu ‚et’ siehe I.3.8). ‚x sei$\in$ y’ ist die in I.3.12 beschriebene Anweisung, die $x\in y$ wahr macht, ohne dass x auf ein Objekt verweist. So ist zum Beispiel ‚$\forall x\in\mathbb{N}$ $x = 0$ oder $1 = x/x$’ genau so richtig und sinnvoll wie ‚$\forall x\in\mathbb{N}$ „wahr“$\in$Nomen’. Die Existenzquantifizierung $\exists x\in y\ A := \neg(\forall x\in y\ \neg A)$ muss getrennt interpretiert werden, weil unsere Wahrheitsbewertung auf wahren Aussagen aufbaut, jedoch auch Aussagen unbewertet lässt, so dass die Negation einer nicht wahren Aussage nicht unbedingt wahr sein muss. Da wir dennoch die klassische Logik modellieren, erlauben wir den Widerspruchsbeweis, der in der formalen Terminologie von II.1 zu einer definierten Syntaxregel wird: $((A \Rightarrow B)\in$wahr und $\neg B\in$wahr $\Rightarrow \neg A\in$wahr$)$ $:\in$ wahr. Daher sind Existenzaussagen logisch auf Allaussagen zurückgeführt, allerdings um den Preis, dass wir in der Lage sind, die Schlüssigkeit von $A \Rightarrow B$ unmittelbar zu erkennen, da der Rückgriff auf die Definition ‚$\neg A$ oder B’ keinen Wert hat. Wir lassen jedoch noch einen externen „konstruktiven“

Ausweg zu: $\exists x \in y$ sei ein Wort für die Sprachhandlung, die einen Verweis von x auf ein Symbolziel z herstellt, das Element von y ist. Wenn dann $\exists x \in y\ A$ wahr ist und z das genannte Symbolziel von x ist, das beispielsweise konstruiert oder durch einen Hinweis benannt wurde, so können wir auch $(\exists x \in y\ A) := (x := z \text{ et } x \in y \wedge A)$ definieren. Genau dann ist offenbar auch $\neg(\forall x \in y\ \neg A)$ wahr; denn wäre $\forall x \in y\ \neg A$ wahr, dann auch $B := (x := z \text{ et } x \in y \wedge \neg A)$ wegen der externen Beschreibung des Allquantors, und das würde der eben genannten als wahr vorausgesetzten Definition von $(\exists x \in y\ \neg A)$ klassisch widersprechen.

11. Die Kombination von Quantifizierung und Zuweisung hat Effekte, die besprochen werden müssen: Die Anweisungen „$\mathcal{N}$:∈ Objekt", „0 := ()", „0 :∈ $\mathcal{N}$" und „$\forall n \in \mathcal{N}$ ($n \sqcup 1$:∈ $\mathcal{N}$)" definieren nicht die mathematischen, sondern die umgangssprachlichen natürlichen Zahlen, weil diese Definition sich nicht auf mathematische Objekte, also Klassen aus Mengen, stützt, sondern auf formalsprachliche Nomina. Damit enthält $\mathcal{N}$ offenbar die Nomina 0, 1 = $()\sqcup 1$ (I.2.5), 2 := $1\sqcup 1$, 3 := $1\sqcup 1\sqcup 1$, 4 := $1\sqcup 1\sqcup 1\sqcup 1$, und noch einige mehr, nach gängiger Vorstellung unendlich viele. Dieses Bild jedoch hat mit der Bedeutung des Objektes $\mathcal{N}$ nichts zu tun, da seine Bedeutung rein formal und intern allein durch die gemachten Anweisungen gegeben ist, hier mit fünf Teilanweisungen. Die letzten beiden ‚n sei∈$\mathcal{N}$' et ‚$n\sqcup 1$:∈ $\mathcal{N}$' bewirken durch ihre externen Bedeutungen, dass zum Beispiel $4 \in \mathcal{N}$ ist, was wir mit den oben notierten Elementen nacheinander leicht nachweisen können. Das Objekt hat zwar sicher in unserer Vorstellung unendlich viele Elemente, seine durch die Anweisungen aufgebaute Bedeutung aber ist nur die, dass mit irgendeinem Element $n \in \mathcal{N}$ auch $n + 1 := n \sqcup 1$ in Elementbeziehung zu $\mathcal{N}$ steht. Mit der Vorstellung der Unendlichkeit dürfen wir zwar unsere Intuition anregen, dagegen nicht formal damit argumentieren. Daher hat das Unendliche in diesem Zusammenhang nichts mit unserer Sprachwelt der Zeichen und Nomina und auch nichts mit der Innenwelt ihrer aus dem strengen formalen System fallenden externen Bedeutungsbeschreibungen zu tun. Generell und grundsätzlich können unsere Vorstellungen (I.1.6) nicht gemeinsam sein und müssen daher so weit wie möglich auf den Versuch der „Synchronisation" (I.1.9) von Sprachvorstellungen beschränkt werden, der durch die Wechselwirkung von Äußerungen und Vorstellungen um so erfolgreicher ist, je klarer und eindeutiger diese Äußerungen sind. Jedoch können für die Argumentation allein die Äußerungen und nicht innere Vorstellungen zählen.

12. Wenn wir daher anschaulich, die Allquantisierungsanweisung als einen unbestimmten Verweis auf ein Element eines nicht-leeren Nomens, die Existenzquantifizierung als einen bestimmten Verweis auf ein Element eines Nomens oder einen Beweis einer negierten Allaussage kenn-

zeichnen, so tun wir es mit Rücksicht auf den Bau des Gehirns, das gerne in Fantasien schwelgt und sich zum Formalen zwingen muss. Hier üben wir Zwang aus: Bis auf deskriptive Externa gilt nur das formale Interne. Auf diese Weise haben wir schrittweise mit Hilfe unserer beiden bedeutungszuschreibenden Mittel, nämlich der außerhalb Nomen stattfindenden externen umgangssprachlichen Erläuterung und der internen Referenzierung in ‚Nomen', eine immer differenzierter werdende Struktur in ‚Nomen' aufgebaut. Nun müssen wir uns mit dem korrekten Gebrauch dieser Fachsprache beschäftigen, der hauptsächlich durch formale Syntaxregeln gesteuert wird, die selbstverständlich ein natürlichsprachiges Verständnis bei ihrer Anwendung erfordern, welche sich allerdings, so ist der Autor überzeugt, formal als ein im Hintergrund ablaufendes Kontrollprogramm in eine Maschine implementieren lassen, die den regelgerechten Aufbau einer Theorie und den regelgerechten Ablauf von Beweisen überwachen kann.

13. Eine grundsätzliche Problematik von Sprachen ist ihre Zirkularität oder auch Selbstreferenzierung, die wir auch hier dadurch erleben, dass wir mit einer Sprache eine Sprache konstruieren. Wir versuchen das Problem durch Einschränkung und scharfe Trennung von Syntax und Semantik zu beherrschen. Daher lassen wir im formalen internen Teil unserer philosophischen Fachsprache auch keine Zirkel dort zu, wo sie im Prinzip möglich wären: bei der Elementrelation. Sie soll im mathematischen Sinne fundiert sein, was heißt, dass es keine $\in$-Kette $A\in B\in \ldots\in C\in A$ geben darf.

14. Ein einfaches Beispiel ist die sprachliche Antinomie der Form $B :=$ ‚$\forall x\in$ Aussage A', wo $x\in \ldots\in A\in B$ ist, die für den Fall, dass x auf B referenziert, eine Kette $x = B\in \ldots\in B = x$ erzeugt, die zu problematischen Verkomplizierungen führen kann. Konkret nennen wir die unzulässige Definition der Induktionsaussage in der Form $\forall x\in \mathbb{N}$ (ind(x) := $\forall A\in$ Aussage(A(0) $\wedge$ $\forall n\in \mathbb{N}$ (A(n) $\Rightarrow$ A(n+1))) $\Rightarrow$ A(x)). Zwar kann ind(x) wie vorstehend für alle x aufgeschrieben werden, aber da »Aussage«$\in$»ind(x)« gilt, ist die Zuweisung ind(x) :$\in$ Aussage formal durch die Syntaxregel II.1.17 ausgeschlossen. Daher ist die Aussage ind(x)$\in$Aussage schlicht nicht wahr und die bekannte Antinomie, dass zur Feststellung der Wahrheit von ind(x) der Wahrheitswert dieser Aussage bekannt sein muss, kann in unserem Sprachrahmen nicht auftreten. Wenn wir versuchen, ein formales Sprachmodell zu gestalten, das wir nicht durch Probleme des Selbstenthaltenseins belasten wollen, welche Philosophen lange beschäftigt haben und die wir daher sicher nicht im Vorübergehen lösen können, so müssen wir diese Fälle entweder formal durch interne Syntaxregeln oder durch externe Bedeutungszuweisung ausschließen. Unser

Hauptziel ist die Beschreibung der subjektunabhängigen Welt durch geschickt gewählte sprachliche Symbole, worin wir nicht noch selbstgemachte Sprachprobleme einschließen müssen.

15. Die logischen Grundzeichen ‚nicht' := ‚$\neg$', ‚und' := ‚$\wedge$', ‚oder' := ‚$\vee$', ‚impliziert' := ‚$\Rightarrow$' und ‚ist äquivalent zu' := ‚$\Leftrightarrow$' benötigen keine externe Erläuterung. Sie werden später intern rein formal als Konnektoren zwischen Aussagen definiert (II.1.18f) und erlangen dann eine weitere interne Bedeutung durch eine formale interne Wahrheitsdefinition (II.1.21). Sie erhalten damit eine besondere Stellung unter den Nomina und bilden diesen Sprachrahmen und sollten daher genausowenig wie alle weiteren Begriffe des Rahmens in Theorien geändert werden. Wir verzichten auf eine formale Kennzeichnung von Rahmenbegriffen, zu denen noch allgemein anerkannte Fachwörter von Einzelwissenschaften wie $\mathbb{N}$ in der Mathematik hinzukommen könnten, obwohl das durch Einführung eines Prädikats wie zum Beispiel ‚reserviert' leicht möglich wäre. Unser Sprachrahmen setzt keine zweiwertige Logik voraus (vergl. II.1.31), so dass wir alle Wahrheitsbewertungen nur auf das Feststellen des Enthaltenseins einer formalen Aussage in der formal definierten Klasse ‚wahr' beschränken können, das sich innerhalb unseres vom umgangssprachlichen Gerüst umgebenen Sprachrahmens abspielt. Haben wir eine Aussage A bewiesen, dann weisen wir mittels Syntaxregeln, sozusagen automatisch im Hintergrund ablaufend (vergl. I.3.13), A dem Objekt ‚wahr' als Element zu. Wie man formal oder weniger formal beweist, regeln ebenfalls syntaktische Anweisungen (II.1.23f). Damit wissen wir, dass $\neg A \notin \text{wahr}$ ist, und mehr als seine in II.1 geschaffenen formalen Bezüge hat das Negationszeichen nicht zu bedeuten. Sie sollten jedoch gerade so modelliert sein, dass sie unseren Vorstellungen von der Verneinung Rechnung tragen, damit letztlich ein gültiges sprachliches Modell von der Wirklichkeit geschaffen werden kann.

16. Manche Erscheinungen der formalen Sprachwelt müssen aber schon einen Wahrheitswert haben, so dass wir einer sprachlichen Anweisungsalternative, der bedingten Verzweigung (I.3.10), folgen können. So müssen wir normativ in der natürlichen Sprache, also extern, erklären, dass wir in unserem Sprachrahmen meinen, es gelte ‚$x \in y$' bzw. ‚$\neg(x \in y)$' oder ‚$x = y$' bzw. ‚$\neg(x = y)$' genau dann, wenn wir in einem Text eine im aktuellen Kontext gültige Anweisung „$x :\in y$“ oder „$x := y$“ finden. Wenn wir dann formal definieren (II.1.21) $\forall A \in \text{wahr} \forall B \in \text{wahr}$ (‚$A \wedge B$' $:\in$ wahr), so steckt hinter dem Verständnis des formalen ‚und' (= ‚$\wedge$') das natürlichsprachige Verständnis für die Aneinanderreihung der beiden Aussagen: Wird uns also eine wahre Aussage gegeben oder finden eine solche, auf die A verweist, und(!) haben eine weitere Aussage, die wir mit B bezeichnen und deren Enthaltensein in ‚wahr' wir in der Sprachwelt feststellen, ja veri-

fizieren (II.4.13) können, indem wir beispielsweise einen Beweis für B wahrnehmen, dann erklären wir $A \wedge B$ zu einer wahren Aussage. Das erscheint willkürlich, ist es auch insofern, als man $A \wedge B$ auch für falsch hätte definieren können, jedoch ist es ja unser Ziel, ein funktionierendes symbolisches Modell für die Welt zu entwickeln. Diesem Ziel wäre eine andere Definition aber abträglich, wie die Erfahrung zeigt. Aber damit sind auch Antinomien, die ja leicht durch sich widersprechende Anweisungen erzeugt werden können, nicht ausgeschlossen. Eine solche Theorie würden wir zu ändern versuchen, wenn sie bis zur Entdeckung von Widersprüchen erfolgreich war, damit sie nicht mehr auftreten.

17. Mehr allerdings ist zur vorläufigen Definition der Wahrheit nicht nötig, weil komplexere Aussagen aus diesen Elementaraussagen zusammengesetzt werden oder durch den Begriff der Ableitbarkeit oder Beweisbarkeit einen Wahrheitswert erhalten, der sich auf die Bewertung der durch die genannten Verweise zustandegekommenen elementaren Aussagen stützt. An dem Beispiel synonymer Wortzuweisung ‚ist äquivalent zu' := ‚$\Leftrightarrow$' kann man wieder die Kontextabhängigkeit des Wahrheitsbegriffes erkennen, da etwa das Wort ‚ist äquivalent zu' sich lokal auf eine auf einem anderen als dem Bereich der Aussagen definierte Äquivalenzrelation beziehen kann, wodurch die in diesem Textzusammenhang gemachte Bezeichnung solange im linear fortschreitenden Text gültig bleibt, bis sie ein anderes Wort symbolisiert. Durch die externe Bedeutungsbeschreibung haben wir die Gebrauchsregel der denotierenden Referenzierung ‚:=' genauso aufgestellt (I.3.9).

18. Schließlich wollen wir einen Aspekt nicht unerwähnt lassen, der möglicherweise entscheidend externe Bedeutung vermittelt, aber in dieser Arbeit nicht thematisiert wird: Wie weit sind unsere elementaren umgangssprachlichen Zwischentexte unbedingt erforderlich, um den formalen Text zu verstehen? Ein fernes Ziel hinter der Präzisierung von Begriffen durch Bildung von formalen Texten ist auch ihre maschinelle Lesbarkeit, wodurch ein großer Schritt hin zur weiteren Objektivierung getan wäre. Durch unseren formalen Sprachrahmen bereiten wir jedenfalls die Grundlage, auf der solch ein Projekt wie etwa das einer „philosophischen Programmiersprache" bauen könnte (vergl. Veröffentlichungen unter dem Stichwort ‚Mereologie').

II.1 - Der formale Sprachrahmen

Unsere Sprache $L = (\text{Nomen}, \in)$ ist keine Sprache der klassischen formalen Logik, sondern sie ist eine formalisierte natürliche Sprache. Mit diesem Rahmen-Regelwerk lassen sich alle Begriffe einer exakten Wissenschaft definieren.

Die Fähigkeit zur Lösung eines philosophischen Problems ist durch die Genauigkeit der bei seiner Formulierung verwendeten Begriffe begrenzt. Jede Philosophie, die den Anspruch erhebt, nachprüfbare Erkenntnisse mit abstrakten Begriffen zu vermitteln, muss vorweg einen Sprachrahmen dieser Art definieren oder verwenden.

Die Semantik der intern definierten Begriffe und Ausdrücke ergibt sich allein aus ihrer Syntax. Die Ontologie der in diesem Rahmen formulierten Philosophie ergibt sich allein aus der Bedeutung der externen und eventuell noch der empirischen Grundbegriffe.

1. Die externen Begriffe aus den Wörtern ‚Nomen', ⊔, (), =, ∈, :=, :∈, :⇒, „", »«, sei∈, ∃ ‚Objekt', ‚Symbol' sind im ersten Teil der Arbeit erläutert wurden. Mit Hilfe der dort beschriebenen Sprachhandlungen bauen wir nun ein internes Bedeutungssystem auf. Es stützt sich hauptsächlich auf die Identitätsrelation in ‚Nomen' und die Zuweisungsoperation :∈ im Verein mit Quantifizierungsanweisungen. Dabei hat die Wendung ‚extern bedeutungsvoll' intern die Bedeutung, auf die extern beschriebenen Nomina zu verweisen, wozu sie eigentlich wie ‚Nomen' auch gehört, formal aber wegen des Ausschlusses des Selbstenthaltenseins (Absatz 17) nicht gehören kann.

2. Zunächst führen wir elementare Verweise, vornehmlich als abkürzende Bezeichnungen, und Zuweisungen, meist als Prädikatsdefinitionen, durch. Das formale Negationszeichen ist und bleibt formal und bezieht sich nur im Zusammenhang mit der Wahrheitswertzuweisung (Absatz 21) auf externe Bedeutungsbeschreibungen (I.4.15). Die erste Zuweisung zu ‚Grundzeichen' ist natürlich so, wie gegeben, nicht formal korrekt und gehört eigentlich zur externen Deskription. ‚Grundzeichen' ist im Sinne von I.4.6 eine Variable, die erst dann auf die Reihe der Grundzeichen verweist, wenn wir sie ganz hinschreiben und nicht nur halb durch Pünktchen andeuten. Wir wollen jedoch die Grundzeichen nicht festlegen sondern nur darauf hinweisen, von welcher Art sie sein können und in dieser Arbeit sind. Die Pünktchen in Absatz 4 sollen uns daran erinnern, dass jede externe Beschreibung eines Begriffes zu einer formalen

Eigenschaft ‚extern bedeutungsvoll' führen soll. Hierbei und generell weisen wir auf die Bemerkung I.3.16 hin. Wir erinnern auch an die Ausführungen unter dem Stichwort, dass Anweisungen immer „im Hintergrund weiterlaufen" (I.3.13).

3. Grundzeichen := a⊔b⊔c⊔ … ⊔0⊔1⊔ … ⊔∅⊔ … ⊔ℝ⊔ …⊔a⊔b⊔ …⊔a⊔b⊔ … ω
   extern bedeutungsvoll := () et Objekt := ()

4. ‚Objekt' :∈ ‚extern bedeutungsvoll' et ‚Symbol' :∈ ‚extern bedeutungsvoll' et
   ‚⊔' :∈ ‚extern bedeutungsvoll' et ‚:∈' :∈ ‚extern bedeutungsvoll' et …

5. ‚leer :∈ Objekt' et ‚x sei∈ Nomen' ((‚y sei∈ Nomen' et ¬‚y∈x') :⇒ ‚x :∈ leer')

6. (x sei∈ Nomen) (y sei∈ Nomen) ((‚y∈leer' :⇒ ‚∀x∈y' := ())
   et (¬‚y∈leer' :⇒ ‚∀x∈y' := ‚x sei∈ y'))
   ∀x∈Nomen ∀y∈Nomen ‚∃x∈y' := ‚¬(∀x∈y)'
   ∀x∈Nomen ∀y∈Nomen ‚x∉y' := ¬(x∈y)
   ∀x∈Nomen ∀y∈Nomen ‚x ≠ y' := ¬(x = y)

7. (∀x∈Nomen) (∀y∈Nomen) (‚x⊂y' := ‚∀z∈x z∈y' et ‚y :⊂ x' := ‚∀z∈y z „:∈" x')

8. Klasse :∈ Objekt et Anweisung :∈ Objekt et Aussage :∈ Anweisung et Aussage :∈ Klasse
   Zwei Klassen sind gleich, wenn sie dieselben Elemente haben:
   ∀k∈Klasse ∀x∈k ∀y∈k (‚x = y' := ‚(x⊂y ∧ y⊂x)')

9. ∀x∈Nomen (x + „1" := x⊔„1")
   𝒩 :∈ Objekt et ‚<u>umgangssprachliche natürliche Zahl</u>' := 𝒩
   0 := () et 0 :∈ 𝒩 et ∀n∈𝒩 (n + 1 :∈ 𝒩)

10. Wir definieren mit der Einführung des €-Zeichens, einen formalen Bezug der Unterordnung eines Nomens x unter y:

∀n∈𝒩∀x∈Nomen∀y∈Nomen (‚Elementkette von x nach y der Länge n' :∈ Klasse
et ‚Elementkette von x nach y der Länge n' :∈ ‚leer')

∀x∈Nomen∀y∈Nomen∀n∈𝒩 $x€_n y$:= ‚Elementkette von x nach y der Länge n' ∉ ‚leer' et
$x€_n/y$:= ¬($x€_n y$)

∀x∈Nomen∀y∈Nomen ((‚x = y' :⇒ y :∈ ‚Elementkette von x nach y der Länge 0')

$\forall n\in\mathcal{N}\,\forall x\in$ Nomen $\forall y\in$ Nomen $\forall z\in$ Nomen $\forall k\in$ ‚Elementkette von z nach y der Länge n’

((‚z€$_n$y’ $\wedge$ ‚x$\in$z’) :$\Rightarrow$ ‚x„$\in$“k’ :$\in$ ‚Elementkette von x nach y der Länge n+1’)

$\forall x\in$ Nomen $\forall y\in$ Nomen ‚Elementkette von x nach y’ :$\in$ Klasse

$\forall n\in\mathcal{N}\,\forall x\in$ Nomen $\forall y\in$ Nomen (n $\neq$ 0 :$\Rightarrow$

‚Elementkette von x nach y der Länge n’ :$\subset$ ‚Elementkette von x nach y’)

$\forall x\in$ Nomen $\forall y\in$ Nomen x€y := ‚Elementkette von x nach y’ $\notin$ ‚leer’ et x€/y := $\neg$(x€y)

Die <u>Verkettung</u> zweier Elemente ist nichts weiter als die Symmetrisierung der <u>€-Relation</u>:

$\forall x\in$ Nomen $\forall y\in$ Nomen (x€y := ‚Elementkette von x nach y’ $\notin$ ‚leer’ et x€/y := $\neg$(x€y) et

x verkettet mit y := x€y $\vee$ y€x)

11. Nomen und jedes Nomen, das wir zu einem Objekt erklären, lassen wir als Bezugsobjekt einer Klasse zu. Damit sagen wir nicht, dass ein Bezugsobjekt ein Objekt ist.

$\forall b\in$ Objekt (b $\neq$ Klasse :$\Rightarrow\forall x\in$ Nomen $\forall A\in$ Aussage {„x“$\in$b| A} :$\in$ Klasse et

{„x“$\in$Nomen| A}:$\in$ Klasse)

$\forall x\in$ Nomen $\forall A\in$ Aussage <u>Variable von {x$\in$Nomen| A}</u> := x et

<u>Bezugsobjekt von {x$\in$Nomen| A}</u> := Nomen et <u>Charakterisierung von {x$\in$Nomen| A}</u> := A

$\forall x\in$ Nomen $\forall y\in b\,\forall A\in$ Aussage (‚Elementkette von {x$\in$Nomen| A} nach y’ $\in$ ‚leer’ :$\Rightarrow$

(y$\in${x$\in$Nomen| A}) := (‚x „:=“ y et A’))

$\forall b\in$ Objekt ($\forall x\in$ Nomen $\forall A\in$ Aussage <u>Variable von {x$\in$b| A}</u> := x et <u>Bezugsobjekt von {x$\in$b| A}</u> := b et <u>Charakterisierung von {x$\in$b| A}</u> := A)

$\forall b\in$ Objekt $\forall x\in$ Nomen $\forall y\in b\,\forall A\in$ Aussage (‚Elementkette von {x$\in$b| A} nach »y«’ $\in$ ‚leer’ :$\Rightarrow$

(y$\in${x$\in$b| A}) := (‚y$\in$b’ $\wedge$ ‚x „:=“ y et A’))

Es gibt für jedes Bezugsobjekt b wegen der extensionalen Gleichheit (Absatz 8) genau eine leere Klasse, $\varnothing_b$:= {x$\in$b| x $\neq$ x}, deren Index wir weglassen, wenn das keine Irritation verursacht.

12. Ein entscheidendes Konzept für diesen Sprachrahmen ist das des Objekts (I.3.4). Objekte sind per externer Bedeutungszuschreibung Nomina, die und deren Elemente nicht der Gleichheits- und Elementrelation von Nomina unterworfen sind. Klasse ist ein Objekt, für deren Elemente Gleichheit durch Extensionalität definiert ist (Absatz 8). Mit Aussagen, deren Klasse ‚Aussage’ selbst kein eigentliches Objekt ist (Absatz 16), lassen sich Klassenterme bilden. Das sind Nomina, die zu Klassen erklärt werden und für die eine gesondert definierte Elementrelation gelten soll (Absatz 11). Im Gegensatz zu einem Nomen, auf dessen endlich viele Elemente man direkt zugreifen kann, erhalten Objekte ihre Elemente durch textliche Anweisungen, die auch Allquantifizierungen einschließen können (z.B. $\mathcal{N}$, Absatz 9). In der mathematischen Spracherweiterung definieren wir das Nomen „Menge“ (II.3.3), das kein

Symbol und zunächst leer ist, als Bezugsobjekt für die mathematischen Klassenterme. Natürlich müssen wir ‚Menge' dann mit den „richtigen" Elementen versehen, damit wir die klassische Mathematik in unserem Sprachrahmen formulieren können. Wir unterscheiden das Bezugsobjekt b für Klassen vom Klassenobjekt $\{x \in b \mid x = x\}$, obwohl sie beide dieselben Elemente haben, da b wegen der Syntaxregel zur Vermeidung von $\in$-Schleifen (Absatz 17) keine Klasse sein kann.

13. Sei $n \in \text{Nomen}$ und $n \notin \text{Objekt}$ (Absatz 10), dann heißt $\{z \in \text{Nomen} \mid z \in n\}$ die Extension, $\{z \in \text{Nomen} \mid n \in z\}$ die Intension von n. Sei $b \in \text{Objekt}$ und $y \in b \neq \text{Klasse}, \neq \text{Anweisung}$, und sei $x := b$ oder $x := y$, dann heißt $\{z \in b \mid z \in x\}$ Extension und $\{z \in b \mid x \in z\}$ Intension von x relativ b. Für eigentliche Objekte ist ihre Intension leer, ihre Extension das ganze von ihnen festgelegte „Elementeuniversum". Zum Beispiel ist für $b = \text{Menge}$ die Extension das mathematische Mengenuniversum $V = \{z \in \text{Menge} \mid z = z\}$, und für $y \in \text{Menge}$ ist die Intension von y die Klasse aller Mengen mit Element y und, da Klassen durch Aussagen beschrieben werden, gleichsam die Klasse aller Aussagen A, die auf y zutreffen und eine Menge definieren, d.h. ‚$z := y$ et A'$\in$wahr (Absatz 18), wenn z die Variable der Menge mit der Charakterisierung A ist. Allgemein und anders ausgedrückt ist die Intension einer Klasse y mit Bezugsobjekt b als die Klasse aller Prädikate von y mit Bezugsobjekt b interpretierbar: $\text{Int}_b(y) := \{z \in b \mid y \in z\}$. Zwei Elemente von b heißen intensional (extensional) gleich, wenn sie dieselbe Intension (Extension) haben, in Zeichen $x =_{int} y$ ($x =_{ext} y$). Die Identität von Intension oder Extension ist extensional zu verstehen, da Klassen so definiert sind.

14. Folgerung: Für Klassen ist intensionale Gleichheit zu extensionaler äquivalent.
Beweis: Sei b das Bezugsobjekt. $x =_{int} y \Leftrightarrow \forall A \in \text{Aussage} \forall z \in \text{Nomen}(\{z \in b \mid A\} \in b \Rightarrow$ $(z := x \text{ et } A \Leftrightarrow z := y \text{ et } A))$. Intensionale (Leibnizsche) Gleichheit hat also per Definition die Eigenschaft, dass solcherart identische Objekte synonym in Aussagen ersetzbar sind. Sei $x =_{int} y$. In der wahren Aussage $x =_{ext} z$, wo $z = x$ ist, darf z also nach Voraussetzung durch y ersetzt werden. Daher gilt $x =_{ext} y$. Umgekehrt ist die Voraussetzung: $x =_{ext} y$ ja die Definition der Identität von Klassenelementen. Wenn $x \in z$ ist, so ist daher auch $y \in z$, da es sich um dasselbe Element handelt. Damit ist die intensionale Gleichheit von x und y bewiesen.

15. Eine Neuerung ist das dynamische Objekt. Das ist ein Objekt, das nach jeder Änderungsanweisung im Text, zu denen alle Anweisungen außer Aussagen und Beweisen gehören, neu gebildet wird, ohne dass es erneuter Definition bedarf, so dass es kontextabhängig ist. So ist beispielsweise die Klasse der „leeren" Nomina dynamisch, da sie alle Nomina enthält, zu denen kein anderes Nomen einen Elementbezug hat, ob in der Nominal- oder der Objektinterpretation (I.3.4). Wenn also ein leeres Nomen, das bisher noch nicht in der aktuel-

len formalen Theorie verwendet wurde wie zum Beispiel vor dem Aufbau der Mathematik (II.3) das Wort ‚Menge', mit einem anderen Nomen wie etwa $\varnothing$ durch die Elementrelation verbunden wird, dann ist von der Stelle an Menge$\notin$leer, ohne dass eine Neudefinition von ‚leer' nötig ist. Die Bedingungen, unter denen Elemente einem dynamischen Objekt zugewiesen werden, werden sozusagen für jede Textstelle neu überprüft, weswegen das Objekt kontextabhängigen Umfang haben kann. Fasst man den linearen Textverlauf zeitlich auf, kann man sagen, dass die Neudefinition eines dynamischen Objektes „ständig im Hintergrund" abläuft. Die Bildung eines dynamischen Objektes geschieht durch Untersuchung des Zustandes aller Nomina an jeder Textstelle unter der Voraussetzung, dass das Objekt leer ist, dass also der „Vorgang der Füllung" ohne Berücksichtigung seines „aktuellen Füllezustandes" erfolgt. So wollen wir die externe Bedeutung eines dynamischen Objektes verstehen.

16. <u>Eigentliche Objekte</u> sind solche Nomina b, die zum Nomen ‚Objekt' in direkter nominaler Elementbeziehung stehen, b$\in$Objekt, weswegen es in diesem Sprachrahmen nur endlich viele eigentliche Objekte geben kann, und deren Elemente kommen nur durch besondere Definition, beispielsweise Zuweisung, zustande. Eigentliche Objekte sind also nicht selbst Element eines Objektes. Insbesondere sind in diesem Sprachrahmen ‚Anweisung', ‚Klasse' und ‚Menge' als eigentliche Objekte definiert, und die Nomina $\{z\in b|\ A\}$, die für jedes b$\in$Objekt, A$\in$Aussage und z$\notin$Symbol gebildet werden können, sollen Klassen sein, weshalb sie zu den uneigentlichen Objekten gehören. Wenn ein Nomen kein Symbol ist, ist es als Name frei, um auf ein Nomen zu verweisen, kann eine sozusagen freie Variable sein. ‚Nomen' selbst darf aus Syntaxgründen kein Objekt sein, ja noch nicht einmal ein Nomen, hat aber die externe Bedeutung eines Objekts (I.3.4). Eine <u>eigentliche Klasse</u> ist eine Klasse, die nicht in ihrem Bezugsobjekt als Element enthalten ist. In der Mathematik mit der Axiomatik von Bernays, Neumann und Gödel sind die uneigentlichen Klassen gerade die Mengen.

17. Wir wollen Schleifen bei der Elementbeziehung für unseren Sprachrahmen ausschließen, da sie schwer beherrschbare Probleme erzeugen und auch zu Widersprüchen führen können, wofür die Russelsche Antinomie ein Beispiel ist. Am einfachsten ist es, unendlich lange absteigende Elementketten auszuschließen. Insbesondere gibt es keine unendlich langen Sätze und auch keine Schleifen, weil sie zu unendlich langen periodischen Ketten führen würden:

$\forall y\in$Nomen$\exists n\in\mathcal{N}\forall x\in$Nomen ‚Elementkette von x nach y der Länge n' ist leer (x€$_n$/y)

Die Frage ist, ob das ein Axiom sein sollte, das auch, so wie hier formuliert, Objekte einschließt, für die die $\in$-Relation anders definiert sein kann. Für die klassische Mathematik, in der $\mathcal{N}$ durch das formale Gegenstück ω ersetzt wird, gilt das Axiom genauso (II.3.6), weswegen wir uns in dieser Arbeit für seine uneingeschränkte Gültigkeit entscheiden. Damit ist nicht gesagt, dass es nicht sinnvoll oder notwendig sein könnte, besonders um das Phänomen des Selbstbezuges sprachlich zu präzisieren, einen Rahmen zu schaffen, der Schleifen oder unendliche Ketten zulässt.

18. Bei einem Verweis oder auch einer Zuweisung muss daher beachtet werden, dass das Symbolziel des zugewiesenen Elementes nicht schon die Bezeichnung des Nomens enthält, das dieses Element aufnehmen soll. Solche Syntaxregeln sind formal dadurch realisierbar, dass das dynamische Objekt ‚Anweisung' nur unter den betreffenden Voraussetzungen mit Elementen gefüllt wird. Unser erstes Axiom stellt formal eine erste „externe Sprachhandlung" dar, die dem formalen Anweisungsbegriff Elemente zuweist. Wir definieren also mit Hilfe unseres umgangssprachlichen Anweisungsbegriffes den formalen Begriff der Anweisung, der auch den der Aussage enthält, also etwas, was üblicherweise der Metasprache zugeordnet wird, jedoch in unseren formalen Sprachrahmen fällt, während wir die Metasprache für den Rahmen in Teile der Umgangssprache verbannt haben: Sie muss dort aber aus einfachen, verständlichen und erläuterten externen Wendungen bestehen.

1. $\forall x \in$ Nomen$\forall y \in$ Nomen($\neg$(x „:=" y) := (x „:=" y) et $\neg$(x „:$\in$" y) := () et $\neg$(x „:$\Rightarrow$" y) := ())
2. $\forall A \in$ Anweisung ($\neg\neg$A := A et $\neg$(A et B) := ($\neg$A et $\neg$B) et $\neg$() := ())
3. $\forall A \in$ Anweisung (‚() et A' := A et ‚A et ()' := A)
4. $\forall A \in$ Aussage (‚()$\wedge$A' := A et ‚A$\wedge$()' := A)
5. $\forall A \in$ Aussage $\forall B \in$ Aussage (‚A $\vee$ B' := ‚$\neg$($\neg$A $\wedge$ $\neg$B)' et ‚A $\Rightarrow$ B' := ‚$\neg$A $\vee$ B' et ‚A $\Leftrightarrow$ B' := ‚(A $\Rightarrow$ B) $\wedge$ (B $\Rightarrow$ A)')

Die letzten vier Zeilen bestehen aus den technischen Definitionen, die nötig sind, um die Verneinungspartikel mit den Konnektionen ‚et' und ‚$\wedge$' verträglich zu machen. Die zweite Definition in Zeile 1 könnte dann auch anders lauten, wenn der Sprachrahmen eine Elemententfernungsanweisung enthalten soll. Zeile 5 formalisiert nur die bekannten Definitionen der Alternative, Implikation und Äquivalenz.

19. Wir unterscheiden also zwischen einer Anweisung als Begriff unseres umgangssprachlichen Gerüstes und dem formalen Objekt ‚Anweisung', das dazu dient, den Begriff zu präzisieren, ähnlich wie ein Element in ‚Nomen' das formale Gegenstück zu der umgangssprachlichen Verwendung der Begriffe ‚Wort' oder ‚Satz' oder ‚Aufsatz' ist. Wir definieren nun formaler und damit exakter, was wir unter wohlgeformten Anweisungen und Aussagen, uneigentlichen Anweisungen, in einem formalen Zusammenhang verstehen wollen. Dazu brauchen wir noch den Vorweisungsbegriff (I.3.12) zur Bildung von Aussagen, der Quantifizierung und Verweis zusammenfasst, nämlich Variablenwertzuordnungen oder Auswahl mittels ‚x sei$\in$ y':

1. Vorweisung :∈ Anweisung et () :∈ Vorweisung et Vorweisung :⊂ Anweisung
2. ∀x∈Nomen ∀y∈Nomen (x€/Objekt ∧ x€/y :⇒ ‚x „:=“ y’ :∈ Vorweisung),
3. ∀x∈Nomen ∀y∈Nomen (x = „x“ :⇒ ‚∀x∈y’ :∈ Vorweisung),
4. ∀A∈Vorweisung(‚¬A’ :∈ Vorweisung),
5. ∀A∈Vorweisung ∀B∈Vorweisung (‚A et B’ :∈ Vorweisung),

Dann füllen wir das Anweisungsobjekt durch axiomatische Sprachhandlungen, wodurch ganz allgemein die ∈-Relation zwischen Nomina und einem zu einem Objekt b deklarierten Nomen definiert, also ein neues Objekt errichtet werden kann und womit auch das Objekt ‚Anweisung’ weiter aufgebaut wird:

Zuweisungsaxiom:

6. ∀b∈Objekt ∀x∈Nomen (b ≠ Anweisung :⇒ ‚x „:∈“ b’ :∈ Anweisung)

Verknüpfungsaxiome:

7. ∀A∈Anweisung ¬A :∈ Anweisung
8. ∀A∈Anweisung ∀B∈Anweisung ‚A et B’ :∈ Anweisung.

Vertauschungsaxiom:

9. ∀A∈Anweisung ∀B∈Anweisung ((∀x∈Nomen ‚x€A ⇒ x€/B’) :⇒ (‚B et A’ := ‚A et B’)).

20. Wir definieren aus technischen Gründen wegen unserer Interpretation der Quantifizierungen die Aussagen als Klasse mit Bezugsobjekt ‚Anweisung’. Sie soll außerdem dynamisch sein. Zunächst ist die Klasse der Aussagen leer und wird danach durch axiomatische Sprachzuweisungshandlungen gefüllt:

1. Aussage := {A∈Anweisung| „A“ ≠ „A“}
2. ∀x∈Nomen ∀y∈Nomen (y€/Anweisung :⇒ ‚x∈y’ :∈ Aussage et ‚x = y’ :∈ Aussage)

Aussagen der Form x∈y und x = y werden <u>atomar</u> genannt.

3. ∀A∈Aussage ‚¬A’ :∈ Aussage
4. ∀V∈Vorweisung ∀A∈Aussage ‚V et A’ :∈ Aussage
5. ∀A∈Aussage ∀B∈Aussage ‚A∧B’ :∈ Aussage.

Die Gleichheit, also nicht nur Äquivalenz, von Aussagen unter gewissen Umständen erklärt das Vertauschungsaxiom

6. ∀A∈Aussage ∀B∈Aussage ((∀x∈Nomen ‚x€A ⇒ x€/B’) :⇒ (‚B ∧ A’ := ‚A ∧ B’)).

Mit der Definition einer weiteren, der oder-Verknüpfung zwischen Aussagen (Absatz 18.5), lösen wir formal das Verträglichkeitsproblem zwischen Negation und Konjunktion. Für ‚A∈Aussage’ und ‚A∈Anweisung’ gilt zwar, dass diese beiden Wörter Aussagen sind, aber diese Sätze müssen wir als umgangssprachliche Behauptungen interpretieren und dürfen nicht zum Beispiel ‚A∈Aussage’∈Aussage schreiben, weil sonst die Syntaxregel der nichtzirkulären Elementbezüge verletzt wäre. Wenn es nötig ist, wird man dieses Problem auf eine einfache Art wie die der Projektion von Wahrheitsaussagen (‚A∈wahr'∈wahr) := ‚A∈wahr' oder auch komplizierter lösen. Ob und wie die ∈- und die =-Relation für die Nomina x und y oben (Punkt 2.) definiert ist, hängt vom Kontext ab. Oft sind Elemente durch Zuweisung bestimmt, wodurch ‚∈' rein formal anzusehen ist. Falls die Objekte Klassen sind, ist die Elementrelation über Aussagen definiert. Ist beispielsweise y eine Klasse, heißt x∈y nichts weiter als ‚x∈b ∧ z := x et A', wenn b das Bezugsobjekt, z die Variable und A die Charakterisierung von y ist. Alle diese Axiome weisen den Aussagen formal Elemente zu. Weitere interne Bedeutung erhalten Negation und Konjunktion durch die Wahrheitswertzuordnung:

21. Die wahren Aussagen bilden eine dynamische Teilklasse der Aussagen und sind damit auch Teil des dynamischen Objektes der Anweisungen. Das ist ein Inhalt des folgenden ersten Axioms, und wegen der letzten Zuweisung kann die leere Aussage weder wahr noch falsch sein, so dass wir scheinbar auf das ‚tertium non datur' verzichten. Abgesehen davon, dass eine Aussage ohne Inhalt nicht bewertet werden kann, legen wir in der Tat die Art der Logik durch unseren Sprachrahmen nicht fest, verfolgen aber auch diesen Aspekt nicht weiter. Die ersten Axiome der Wahrheitswertzuordnung sind:
1. wahr :∈ Klasse et wahr :⊂ Aussage et ‚¬() = ()' :∈ wahr
2. ∀x∈Nomen ∀y∈Nomen ∀z∈Nomen (‚x ≠ () ∨ y ≠ () :⇒ »(‚y'∈‚x⊔y⊔z')« :∈ wahr)
3. ∀x∈Nomen ∀y∈Nomen((‚x „:=" y'∈Anweisung) :⇒ (‚x = y' :∈ wahr))
4. ∀x∈Nomen ∀y∈Nomen ((‚x „:∈" y'∈Anweisung) :⇒ (‚x∈y' :∈ wahr))
5. ∀x∈Nomen ∀y∈Nomen((‚y ∉ leer' :⇒ ‚∃x∈y (x∈y)' :∈ wahr) et (‚∀x∈y (x∈y)' :∈ wahr))
6. ∀x∈Nomen ∀y∈leer ∀A∈Aussage (‚∀x∈y A' :∈ wahr)
7. ∀A∈wahr ∀B∈wahr (‚A∧B' :∈ wahr)
8. ∀A∈wahr ∀B∈Aussage (‚A∨B' :∈ wahr et ‚B∨A' :∈ wahr)

22. Alle diese Zuweisungen scheinen ein für alle mal Objekte und Klassen festzulegen. Das ist aber nicht der Fall, weil Anweisungen in unserem Sprachrahmen immer in einem Zusammenhang stehen, wie es eigentlich auch bei jeder noch so formalen mathematischen Aussage der Fall ist. Wenn beispielsweise der Satz ‚∀(G,∘)∈Gruppe∃e∈G∀x∈G(e∘x = x)' aufgestellt wird, so soll das Wort ‚Gruppe' Variable auf einer ganz bestimmten Modellklasse sein, ohne dass das besonders erwähnt wird. Für sich gesehen hat der genannte Satz jedoch diesen Bezug nicht unbedingt. So kann das Wort ‚Gruppe' vorher in einem anderen Zusammenhang verwendet worden sein, so dass nur der menschliche Geist, der an solcherart Lesen von Texten gewöhnt ist, sofort den richtigen Bezug herstellt. In diesem Sinne müssen wir die hier aufgestellten Regeln lesen. Auch wenn dadurch ein Moment der Unklarheit entsteht, ist es durch einfache Hinweise (I.3.9) auszuwischen und formal korrekt gestaltbar. Dennoch ist es sicher interessant, diesen hier angedeuteten Weg der Präzisierung durch Formalisie-

rung noch weiter zu gehen, gehört aber dann eher in den Bereich der formalen Logik als in den der Philosophie, wenngleich, und deshalb schreiben wir diesen Text, das Formale auch der Philosophie guttut. Wenn wir die Frage, welchen Wahrheitswert man der Aussage, dass ein Satz wahr sei, zumessen muss, mit der „Projektion“ ‚∀A∈Nomen ((‚A∈wahr’ ∈ wahr) := (A∈wahr)’ beantworten, so heißt das nichts weiter, als dass wir diese Frage von einem philosophischen Problem, formuliert innerhalb der umgangssprachlichen Kommunikation in einen formalen Rahmen, in ein technisches Problem verschieben: Hat man Zweifel an der Wahrheit eines Satzes, so ist das ein sprachlich-technisches Problem, da man entweder den Beweis im Text finden oder ihn selbst machen muss. Ist andererseits ein Text genügend überarbeitet, so muss man davon ausgehen, dass jede wahre Aussage auch korrekt nachgewiesen ist, was genau der Inhalt der obigen Wahrheitswert-Projektion ist.

23. Da Aussagen bezüglich der und- sowie oder-Verknüpfung keinen einfachen Gesetzen unterliegen, sind komplizierte allgemeingültige Aussagenverbindungen nötig, um aus wahren Aussagen weitere abzuleiten:

1. ∀A∈Aussage ∀B∈Aussage (A⇒(B⇒A))’ :∈ wahr

und weitere sechs Anweisungen ([10] Tuschik, 2.3) bilden ein erstes System von allgemeingültigen Wahrheiten, den Axiomen der Prädikatenlogik. In unserem Rahmen lautet beispielsweise die Spezialisierungsregel für eine Allaussage

8. ∀A∈Aussage ∀B∈Aussage ∀y∈Nomen (y€/A ⇒ (‚∀x∈Nomen A’ ⇒ ‚x := y et A’)) :∈ wahr,

die Generalisierungsregel

9. ∀A∈Aussage ∀y∈Nomen(∀x∈y (x€A ∧ A ⇒ ∀x∈y A) :∈ wahr),

die durch die Anwendung des modus ponens den Übergang von einer scheinbar speziellen Aussage A, deren Variable jedoch auf den richtigen Bereich verweisen muss, zur Allgemeinaussage ∀x∈y A erlaubt.

Modus ponens:

10. ∀A∈Aussage ∀B∈Aussage ((A∈wahr ∧ ‚A ⇒ B’∈wahr) :⇒ (B :∈ wahr)).

Weitere Regeln sind

11. ∀A∈Aussage ∀B∈Aussage ∀y∈Nomen (y€/A ⇒ (‚∀x∈Nomen A’ ⇒ ‚x := y et A’)) :∈ wahr
12. ∀A∈Aussage ∀B∈Aussage (‚(‚∀x∈Nomen (A ⇒ B)’ ∧ ‚x€/A’) ⇒ (A ⇒ ‚∀x∈Nomen B’)’ :∈ wahr)
13. ∀x∈Nomen ∀y∈Nomen ∀z∈Nomen ((‚x := y et x∈z’ := ‚y∈z’) et (‚x := y et z∈x’ := ‚z∈y’))
14. ∀x∈Nomen ∀y∈Nomen ∀A∈Anweisung ∀B∈Anweisung (x€/A :⇒ (‚x „:=“ y et A et B’ := ‚A et x „:=“y et B’).

Ob damit nun alle erfasst sind, ist wiederum eine Frage, der wir nicht nachgehen. Wir verdeutlichen mit diesen Beispielen, auf welche Weise die Ableitungsregeln in unserem Rahmen uminterpretiert und umformuliert werden können.

24. Wir definieren eine Theorie als nicht-dynamische (Absatz 15) Teilmenge von ‚Aussage', die nicht unbedingt deduktiv abgeschlossen ist, also nicht immer alle möglichen Ableitungen oder Folgerungen enthält. Eine Theorie T heißt unzerlegbar oder irreduzibel bezüglich einer Menge G von in der Theorie auftretenden eigentlichen oder uneigentlichen Objekten, die zu definieren sind und die Grundobjekte genannt werden, wenn jedes Paar von disjunkten Teilmengen, deren gemeinsamer deduktiver Abschluss die Theorie umfasst, ein Grundobjekt gemeinsam hat, in Zeichen: $\forall A_1 \subset T\ \forall A_2 \subset T$ (($A_1 \cap A_2 = \emptyset \wedge T \subset$ded.Abschluss von $A_1 \cup A_2$) $\Rightarrow$ $\exists b \in G$ (b€$A_1 \wedge$ b€A_2)). Wir betrachten meistens nur irreduzible Theorien, weil sie die Eigenschaft haben, dass man die Axiome oder Prämissen, aus denen die ganze Theorie folgt, nicht in zwei Teile spalten kann, die jeweils Aussagen über völlig verschiedene Grundobjekte machen. Diese Definition sondert Theorien aus „zu kleinen oder überflüssig großen" Aussagemengen aus. Wenn wir die eigentlichen Objekte einer Theorie, die nicht mit ‚Klasse' oder ‚Anweisung' übereinstimmen, und die uneigentlichen Objekte, die durch Elementzuweisung definiert werden, zu Grundobjekten der Theorie erklären, bezeichnen wir sie ohne Zusatz als irreduzibel, wenn sie die entsprechenden Bedingungen erfüllt. Dann ist jede mathematische Theorie irreduzibel, da alle uneigentlichen Grundobjekte Klassen sind mit Bezugsobjekt ‚Menge' (II.3.5), dem einzigen eigentlichen Objekt einer mathematischen Theorie.

25. Auf die oben beschriebene Weise können wir die üblichen Beweisregeln zu Axiomen für wahre Aussagen umdeuten. Damit hat der Wahrheitswert hier keine umgangssprachliche oder gar metaphysische Bedeutung, sondern wird zu einem unmissverständlichen Begriff, der zunächst aber aller seiner Bezüge zur Wirklichkeit außerhalb der Sprachwelt beraubt ist. Innerhalb der Sprache setzen wir die Wahrheit nach den von uns gestalteten Regeln, welche selbst wir allerdings nicht als wahr oder gültig betrachten, sondern als ein symbolverarbeitendes Regelwerk, mit dem wir mehr oder weniger erfolgreich in der Lage sein werden, die außersprachliche Wirklichkeit zu beschreiben. Die Regeln sind ebenso unserer Willkür unterworfen wie die Wahrheitswertzuordnung durch Verweis oder Zuweisung. Was allein zählt, ist der Erfolg von in diesem Regelrahmen formulierten Theorien, die, wenn sie die Realität beschreiben, hauptsächlich an ihrer Vorhersagefähigkeit gemessen werden, da wir uns mit wiederholbaren Ereignissen beschäftigen wollen. Des Weiteren werden wir auch den zentralen Begriff der Sprachphilosophie, die Bedeutung, formalisieren (II.2), um dann damit die Voraussetzungen zur Formulierung einer Theorie ohne Wirklichkeitsbezug am Beispiel der Mathematik zu untersuchen (II.3).

26. Alle diese Regeln sind in naiver Weise anzuwenden: Wir wissen, was ein Nomen und was ein Element von ‚Anweisung' ist. Liegt uns also solch eine Anweisung A vor, so können

wir in unmissverständlicher Weise entscheiden, ob von dem Nomen x eine Elementkette zum Nomen A führt, und daraufhin wissen, ob die Anweisung ‚x := y et A et B' durch ‚A et x := y et B' synonym ersetzt werden darf (Absatz 19.9). Treffen wir also in einem Text auf eine solche Situation, so können wir sie als regelrecht akzeptieren. Damit ist also ein Sprachrahmen errichtet, auf dem alle exakten und empirischen Wissenschaften aufbauen können. Die Wahrheitsbewertung und die Beweisregeln des Sprachrahmens sind reine Konvention, aber natürlich nicht willkürlich, sondern geführt durch die Absicht, die Phänomene der Außenwelterscheinungen richtig wiederzugeben, wozu sich die sprachlogischen und Beweisregeln aus Erfahrung bewährt haben. Tatsächlich ist uns noch nie eine falsche Aussage begegnet, die aus der Konjunktion zweier wahrer Urteile besteht, obwohl uns die Bedeutung des Wahrheitsbegriffes in der natürlichen Sprache auch ohne Bezug zur Konjunktion von Aussagen klar zu sein scheint, was aber eine derartige Kollision nicht ausschlösse. Hier wie in der Logik wird diese Erfahrungstatsache, die mit dem natürlichsprachlichen Verständnis der Konjunktionspartikel einhergeht, zu einer formalen exakten unumstößlichen Definition: Über diese Wahrheit kann nicht spekuliert werden, sie kann allenfalls abgeändert werden mit dem Ziel, weniger oder mehr an Aussagen, die wir mit dem Wahrheitsprädikat versehen wollen, unter diesen Begriff fallen zu lassen.

27. Diese Methode wird auch für die Mathematik, Physik und Philosophie reklamiert, da die Darstellung ihrer Ergebnisse rein sprachlich ist. Wir lassen lediglich Bezüge auf Dinge außerhalb der Sprache an so wenigen Stellen zu, wie nur möglich, um die Präzision, die die Sprachsymbolik bietet, so wenig, wie nur möglich, durchbrechen zu müssen. Hier mussten wir für wenige Begriffe, zu denen ‚Wahrheit' nur sehr eingeschränkt und das Prädikat ‚wahr' gar nicht gehört, externe Bedeutungsbeschreibungen zulassen. Wir werden neue spezielle Nomina als extern bedeutungtragend in Physik und Philosophie erklären, wogegen die extern bedeutungsvollen Nomina in der der Mathematik nicht über die unseres bisher vorgestellten Sprachrahmens hinausgehen. Die Definition von neuen Objekten, die keine Klassen sind, aber auch von neuen Sprachhandlungen, also von zusätzlichen Anweisungen, können die Ausdrucksfähigkeit des Sprachrahmens weiter steigern, da es für die Reichhaltigkeit der möglichen Aussagen und letztlich auch für ihre Bedeutung auf die in den atomaren Aussagen enthaltenen Grundobjekte ankommt. Für die Philosophie mit ihren Fragen nach den Urgründen scheinen bedeutungsschwache Objekte (II.2.3) wie ‚Menge' manchmal „bedeutungsvoller" als starke Objekte wie der empirische Ort (II.4.6).

28. Dass der Wahrheitsbegriff nicht unter die in II.2 beschriebene Definition von Bedeutung fallen kann, liegt daran, dass sie mit Hilfe des Aussagenbegriffes gegeben wird, weswegen die Klasse der Aussagen selbst wegen der Syntaxregel, die Selbstbezug verbietet (Absatz

17), nicht unter eine derartige Definition fallen kann. Dennoch sind formale Konstruktionen durchführbar, die Aussagen zu Objekten der Betrachtung machen und Aussagen darüber zulassen. Das Mittel, dessen sich die Metamathematik bedient, ist die Gödelsche Kodierung, mit der Klassen von Aussagen mit Bezugsobjekt ‚Anweisung' in mathematische Klassen mit Bezugsobjekt ‚Menge' abgebildet werden. Wenn wir die formale Definition in II.3.4 (Fkt) ansehen, so ist das in diesem Sprachrahmen nur möglich, wenn die beiden Bezugsobjekte als Elemente eines noch zu definierenden Oberobjektes, das nicht ‚Klasse' sein darf, aufgefasst werden können. Wie das im Einzelnen durchgeführt werden kann und welche Konsequenzen das hat, ist sicherlich eine interessante Forschungsfrage, sprengt aber den Umkreis dieser Arbeit. Wir weisen nur darauf hin, dass der Tarskische Satz von der Undefinierbarkeit der Wahrheitsbewertung (Es gibt keine Aussage $W(x)$, wo x eine Variable auf ω ($\in$ Menge) ist, so dass gilt: $\forall A \in$ Aussage ($A \in$ wahr $\Leftrightarrow$ W(cod(A))) in unserem Sprachrahmen lediglich besagt, dass es keinen mathematischen Klassenterm, d.h. mit Bezugsobjekt ‚Menge', gibt, die das eben genannte Abbild der Klasse der wahren Sätze ‚wahr'$\subset$'Aussage' unter der Gödelschen Kodierung cod darstellt: (Ta :=) $\neg\exists W \in$ Aussage cod(wahr) = {$x \in$ Menge| W}. Dieser Aussage sieht man fast den Selbstbezug an, der sie widersprüchlich macht. Aber an dieser Aussage sieht man auch, wie nötig es ist, abstrakte umgangssprachliche Begriffe subtil zu definieren. Wir behaupten jedenfalls nicht, dass das Nomen ‚Ta' Element von ‚Aussage' oder gar ‚wahr' ist. Die Lösung in unserem Rahmen bietet sich möglicherweise durch die Interpretation und Definition von cod(wahr) nicht als mathematischen Klassenterm, sondern als ein bedeutungsschwaches Objekt an (II.2.3), wie es ‚Menge' ist.

29. Mit Hilfe des hier konstruierten formalen Sprachgerüstes kann man Wendungen bilden, die scheinbar umgangssprachlich undefiniert und daher scheinbar unpräzise sind, aber tatsächlich nur eine umgangssprachlich scheinende Form dieser hier vorgestellten exakten Formulierungen darstellen und die je nach Kontext und umgangssprachlicher Gewohnheit gewählt werden. Wir können sie beispielsweise durch Verweise, hier manchmal als formal inkorrekte, jedoch verständliche Kettendefinitionen ausgeführt, wie folgt festlegen:

1. $\forall x \in$ Nomen $\forall y \in$ Nomen ‚definiere x durch y' := ‚x bezeichne y' := ‚sei x definiert als y' := ‚x „:=" y'
2. $\forall x \in$ Nomen $\forall y \in$ Nomen ‚sei x Element von y' := ‚bezeichne x ein Element von y' := ‚sei x ein y' := ‚sei x in y' := ‚x sei$\in$ y'
3. $\forall x \in$ Nomen $\forall y \in$ Nomen ‚sei x definiert als Element von y' := ‚x :$\in$ y'
4. $\forall x \in$ Nomen $\forall y \in$ Nomen ‚x gleich y' := ‚x ist gleich y':= ‚x ist dasselbe wie y' := x = y'
5. $\forall x \in$ Nomen $\forall y \in$ Nomen ‚x ist y' := ‚x ist ein y' := ‚x ist in y' := ‚x liegt in y' := ‚x ist Element von y' := ‚x $\in$ y'

6. $\forall x \in$ Nomen $\forall y \in$ Nomen $\forall A \in$ Aussage ‚für alle x in y gilt A' := ‚für alle y-e (Plural) gilt: A' := ‚$\forall x \in y$ A'
7. $\forall x \in$ Nomen $\forall A \in$ Aussage ‚Menge der x mit der Eigenschaft A' := ‚{$x \in$ Menge| A}'
8. $\forall x \in$ Nomen ‚x hat externe Bedeutung' := ‚x ist ‚extern bedeutungsvoll''.
9. $\forall A \in$ wahr($\neg A :\in$ falsch)

30. Durch Definition 5. wird deutlich, dass in der in diesem Grundrahmen hier aufzubauenden exakten Sprache die Wendungen ‚Der Ball ist rund' und ‚Der Ball ist in rund' und ‚Der Ball ist Element von rund' logisch dasselbe sind, wenngleich unsere an eine natürliche Sprache gewöhnte Ohren in diesem Fall die erste Formulierung vorziehen würden. Für Spracherweiterungen, in denen ‚in' eine andere Bedeutung bekommen soll, lässt sich ‚x ist in y' natürlich umdefinieren, wodurch diese Präposition von jener Textstelle an nicht mehr die hier genannte Bedeutung hätte. Hier kann zunächst jedes Nomen, das ein Element enthält, automatisch die Eigenschaft eines Prädikates haben. Ob das die gewünschten Vorstellungen sprachlich formal korrekt wiedergibt, muss man am vorliegenden Beispiel entscheiden. In den Fällen, wo $y =$ Objekt oder $y =$ Klasse ist, erweitern wir diese umgangssprachliche Redeweise auf ‚<u>x ist Objekt</u>' := ‚x€Objekt', entsprechend für ‚Klasse'.

31. Auch Zeile 9 im vorigen Absatz scheint nur eine übliche Sprachregelung festzulegen, lässt aber offen, ob eine Aussage überhaupt Element von ‚wahr' oder ‚falsch' ist. Tatsächlich gilt nicht notwendig, dass aus der Wahrheit von $A \notin$ wahr ($= \neg(A \in$ wahr$) \in$ wahr) die von $\neg A \in$ falsch folgt, denn wir können nur ($A \in$ wahr$) \in$ falsch schließen, also wissen eben nur im aktuellen Kontext, dass A nicht in wahr liegt, d.h. bisher nicht als wahr erkannt worden ist, aber nicht unbedingt, ob die Aussage A wahr sein wird, also im Laufe von weiteren Texten formal ‚$A \in$ wahr' nachgewiesen werden kann. Auch hieran wird sichtbar, wie sich unser Wahrheitsbegriff vom klassischen unterscheidet: Wahrheit ist ein dynamisches Objekt, Wahrheit ist nichts Gegebenes, Statisches, sondern abhängig von unserer Erkenntnisfähigkeit und -strategie, die sich in der Art der Begriffsdefinitionen äußern kann (vergl. II.3.19). Daher kann man das Streben nach Wahrheit als das Streben nach Wissen, ob eine Aussage Element von ‚wahr' ist, bezeichnen. Das angesprochene Wissen aber ist nur durch Rechtfertigungen von der Art formaler Beweise und im Falle empirischer Theorien von Gültigkeitsbewertungen zu erreichen.

32. Die scheinbar einsichtige Behauptung, eine logische Ableitung vermehre nicht den Tatsachengehalt ([9] Carnap, I.7) lautet für ein Beispiel umformuliert: Eine formale Theorie enthält nicht mehr Tatsachenwissen, d.h. empirisches Wissen über die Sprachwelt, als ihre Axiome. Andererseits ist aber doch klar, dass durch die Bezüge, die während der Ableitung auf-

deckt werden, mehr Tatsachenwissen geschaffen wird. Anders gesagt, vermehrt die Tatsache der Ableitung selber das Tatsachenwissen. Wir kennen zwar die Beschreibung der Aussagenmenge, nämlich aller Aussagen, die sich aus den Axiomen ableiten lassen, aber nicht alle Aussagen, weil wir nicht alle Aussagen geäußert haben. Wenn wir eine Aussage ableiten, äußern wir sie jedoch und daher kennen wir sie auch, weil sie als eine für jedermann zugängliche Erscheinung der Wirklichkeit angehört. Daher kann Wissen schwinden, wenn es nicht immer wieder geäußert oder als Gegenstand der Realität bewahrt wird. Wir kommen auf das Wissensproblem in III.2 zurück. Und in II.3 werden wir nachweisen, dass Mathematik analytisch ist, womit manche Autoren (vergl. [11] Müller, 12.1) gemäß ihrer Definition dieses Begriffes Gehaltlosigkeit und epistemische Irrelevanz verbinden. Der Gehalt mathematischer Aussagen besteht aber in ihrem Beziehungsgeflecht untereinander, und gerade das kann die Wirklichkeit in äußerst präziser Weise wiedergeben, wenn nur wenige Begriffe an Erscheinungen der außersprachlichen Welt gekoppelt werden (II.4). Insofern hat es hohe epistemische Relevanz, „analytische" Mathematik zu betreiben besonders mit an der Welt orientierten Begriffsbildungen, wie es in der theoretischen Physik geschieht, ohne sie sofort und immer auf die Welt beziehen zu müssen. Daher werden wir im nächsten Kapitel in diesem Sinne einen Analytizitätsbegriff zu definieren versuchen.

II.2 - Bedeutungsvolle Begriffe

Bedeutung bezeichnet etwas Unverständliches. Bedeutung kann niemand definieren.

(Tenor in [12] Quine, [3] Wittgenstein, 109., 124., 560.)

1. Sei b ein eigentliches Objekt, d.h. $b \in$ Objekt, aber $b \neq$ Klasse und $b \neq$ Anweisung, und $y€b$ ein uneigentliches Objekt, und sei $x := b$ oder $x := y$. Dann nennen wir die Extension $\{z \in b|\ z \in x\}$ (II.1.13) auch den (relativen) <u>Bedeutungsgehalt</u>, die Intension ist $\{z \in b|\ x \in z\}$ und die Klasse $U_{x,b} := \{A \in \text{Anweisung}|\ A \in \text{Aussage} \wedge \{z \in b|\ A\} \neq \varnothing \wedge \{z \in b|\ A\} \subset x\}$ heißt (relativer) <u>Bedeutungsumfang</u>. Der Bedeutungsumfang ist die Klasse aller Aussagen, die nichtleere Klassen in b definieren, kurz gesagt, die Klasse aller Prädikate über b. Die Bedeutungsumfänge zweier Objekte $u = b$ und $u = c$ oder $u€b$ und $v€c$ heißen <u>äquivalent</u>, wenn ihre Extensionen und Intensionen gleich sind, d.h., wenn sie dieselben Elemente haben und in denselben Elementen enthalten sind, und wenn $\alpha(U_{u,b})/\sim\ = U_{v,c}/\sim$ gilt, wobei die Operation α die Objekte b und c bzw. u und v in jeder Aussage A austauscht und $\alpha(U_{u,b}) := \{B \in \text{Anweisung}|\ A \in U_{u,b} \wedge B = \alpha(A)\}$ ist und $\sim$ die Äquivalenzrelation auf ‚Aussage' bezeichnet, die zwei logisch äquivalente Aussagen $A \Leftrightarrow B$ identifiziert. Zwei identische Klassen implizieren immer äquivalente Aussagen der Form $z \in b \wedge A$. Es kann aber zwei nicht äquivalente Aussagen im Bedeutungsumfang geben, die zu derselben Klasse $\{z \in b|\ A\}$ führen, auch weil in die Beschreibung des Bedeutungsumfangs die Bedingung $z \in b$ nicht explizit eingeht. Haben beispielsweise die unterschiedlichen Objekte b und c genau zwei verschiedene Elemente x und y und ist x außerdem einziges Element eines Objektes d, dann kennzeichnen die nicht äquivalenten Aussagen $z = x$ und $z \in d$ dieselben Klassen in b oder c.

2. Für Klassenobjekte ist die über den extensionalen bzw. intensionalen Bedeutungsgehalt definierte Identitätsrelation dieselbe (II.1.14), was für Nicht-Klassenobjekte nicht zu sein braucht. Der Bedeutungsumfang eines Objektes parametrisiert sozusagen die in diesem Objekt enthaltenen Klassen, wobei ‚Klasse' oder ‚Objekt' oder gar ‚Nomen' wegen ihrer externen Bedeutung als Objekt ausgeschlossen sind. Der Bedeutungsgehalt eines Objektes y, das keine Klasse ist, wird also durch die Liste der Nomina gekennzeichnet, die zu y in Elementbeziehung stehen, welche y aber nicht notwendig eindeutig festlegen. Eine Klasse hat jedoch immer ein Bezugsobjekt b und kommt durch eine kennzeichnende Aussage A zustande: $y := \{x \in b|\ A\}$, hat also mit A oft eine reichere Struktur, die wir ihren starken Bedeutungsgehalt nennen, der für Klassen immer als charakterisierende Aussage aufgefasst werden kann (I.1.11), die y vollständig bestimmt. Manche Klassen, die mit Hilfe von Objek-

ten definiert werden, beziehen ihren Bedeutungsgehalt ausschließlich aus der Tatsache, dass sie Klasse mit gegebenem Bezugsobjekt sind. So unterscheidet sich die leere Klasse zu verschiedenen Bezugsobjekten nicht durch ihre Charakterisierung, was wir mit Bedeutungsschwäche bezeichnen. Bedeutungsumfang und -gehalt sind immer Klassen.

3. Ein Nomen erhält genau dann eine externe Bedeutung, wenn sein Gebrauch in diesem formalen Sprachrahmen durch umgangssprachliche Beschreibung festgelegt wird. Für dieses Prädikat reservieren wir den Terminus ‚extern bedeutungsvoll'. Die extern bedeutungsvollen Nomina zählen wir per Definition zu den ‚bedeutungsstarken' Nomina, wozu auch diejenigen gehören, denen empirische Bedeutung zugewiesen wird (II.4.9). Eine Klasse z nennen wir bedeutungsstark, wenn ihr Bedeutungsgehalt nicht durch eine allgemeingültige Aussage A, wahr oder falsch, beschrieben werden kann oder wenn sie nicht ausschließlich durch Elementzuweisungen definiert ist. Alle anderen Objekte oder Klassen heißen bedeutungsschwach. Dies ist wohldefiniert, da die Bedeutungsstärke von der speziellen Charakterisierung unabhängig ist, da sie sich nur auf äquivalente Aussagen bezieht. Es ist allerdings möglich, dass eine Definition, die durch eine Liste von Elementzuweisungen gegeben wird, sich als bedeutungsstark herausstellt, da sie in dem dadurch errichteten System durch eine Aussage beschrieben werden kann, die nicht auf diese Liste als Bezug nimmt (siehe II.3.7). Als Beispiele für bedeutungsschwache Klassen nennen wir das mathematische Mengenuniversum und die leere Klasse. Objekte, die keine Klassen sind und die keine Elemente enthalten, heißen bedeutungsleer. Obwohl sie weder Bedeutungsgehalt noch -umfang haben, können sie selbst Element sein, ja sogar als atomare Elemente Klassen bilden. Dadurch erhalten sie zwar in einem bestimmten natürlichsprachlichen Sinne Bedeutung, den wir aber durch unsere formale Definition nicht miterfassen können. Auch die nach klassischer Methode arbeitenden Philosophen haben nicht mehr unbedingt den Anspruch, einen umgangssprachlichen Begriff auf genau eine Deutung hin zu explizieren ([14] Ernst).

4. Eine Aussage der Form $x \in y$ oder der Form $x = y$ heißt bedeutungsstark (-schwach, -leer), wenn y ein bedeutungsstarkes (-schwaches, -leeres) Objekt ist. Eine nicht bedeutungsleere Elementaraussage heißt bedeutungsvoll. Wir nennen eine beliebige Aussage bedeutungsvoll (-stark, -schwach) oder bedeutungsleer, wenn sie durch die logischen Konnektoren $\neg$ oder $\wedge$ oder Anweisungen der Form ‚x sei$\in y$' oder ‚$x := y$' aus Elementaraussagen zusammengesetzt ist (II.1.20), unter denen sich mindestens eine dieser Stärke, aber keine schwächere befindet. Die logischen Operatoren $\neg$ und $\wedge$ bekommen daher nur zusammen mit anderen Aussagen Bedeutung: So ist für $A \in$ Aussage $\neg A$ als Aussage definiert und bekommt erst je nach Bedeutungskennzeichnung von A ihre Bedeutungsbewertung. Dasselbe gilt für $A \wedge B$, und für $\forall x \in y\ A$ kommt es für den Bedeutungscharakter nach

Definition auch auf den Referenzierungsbereich y des Quantors an. Schließlich bewirkt die Anweisung in der Aussage $x := y$ et A die Übernahme der Bedeutung von y auf alle Nomina x in der Aussage A. Daher kann für jede Aussage entschieden werden, wie bedeutungsvoll sie ist.

5. Bedeutungen kommen nur durch Definitionen, das sind in diesem Sprachsystem externe Beschreibungen oder Anweisungen, zustande. Bedeutungen sind also nicht einfach vorhanden, sondern werden geschaffen. Anweisungen sind also im Allgemeinen bedeutungverändernde Operationen für Umfang oder Gehalt, denn Bedeutung ist nicht generell sondern nur über diese Begriffe und durch ihre Stärke definiert. Alle diese Anweisungen und damit auch die Bedeutungsänderungen sind lokal, also kontextabhängig, was nicht ausschließt, dass durch Vereinbarung manche Bedeutungen in einem Text oder textübergreifend konstant bleiben. Die Aussage $y\in\{x\in b|\ A\}$ zum Beispiel erhält ihre Bedeutung durch die definitorische Anweisung ‚$y\in\{x\in b|\ A\}$' := ‚$y\in b \wedge x := y$ et A', und diese Bedeutung wird in dem hier errichteten Sprachrahmen nicht geändert. Hierin ist $\sqrt{2}$ eine Variable auf der Klasse mit einem einzigen Element und dem Bedeutungsgehalt ‚$x^2 = 2$' $\wedge$ ‚$x > 0$', wobei x eine Variable auf $\mathbb{R}$ ist, aber mit der in diesem Rahmen gegebenen Interpretation einer Variable (I.4.6). Ähnlich die Bedeutung der Zahl 1 in $\mathbb{R}$ oder $\mathbb{N}$: Sie wird durch eine das multiplikative Neutrale kennzeichnende Aussage $A :=$ ‚$\forall x\in\mathbb{N}\ e\cdot x = x$' gegeben, wo 1 eine Variable auf $\{e\in \text{Menge}|\ e\in\mathbb{N} \wedge A\}$ ist.

6. Ein Nomen x erhält <u>interne Bedeutung</u> in den folgenden Fällen möglicher definitorischer Anweisungen:
- durch Verweis $x := y$ auf ein Nomen $y \neq x$. Die Neubenennung eines bedeutungsvollen Nomens also ein Akt internen Bedeutunggebens. Dies ist die Formalisierung des Synonymie- unter Einschluss des Bedeutungsbegriffes.
- durch eine Zuweisung $y :\in x$. Durch solch eine Zuweisung wird aus einem bedeutungsleeren mindestens ein bedeutungsschwaches Objekt.
- durch Variablendefinition gemäß „x sei$\in y$", wo die Aussage $x\in y$ dann zum Bedeutungsumfang von x gehört, so dass sich der Charakter des Nomens x gewandelt haben kann: Referenzierte x vorher auf ein Nomen, das nicht Element von y war, ist es nun kein Symbol mehr, aber $x\in y$ ist wahr, wenn y nicht leer ist.

7. Die Menge der mathematischen natürlichen Zahlen kommt in durch unseren Sprachrahmen aufgebauten Mathematikmodell durch Zuweisung zustande (siehe II.3.5, U), aber erweist sich als bedeutungsstark (II.3.8). Die leere Menge und die Allklasse sind die einzigen bedeutungsschwachen mathematischen Objekte. Dagegen können wir im Bereich des

Sprachlichen leicht bedeutungsschwache Objekte konstruieren. Nehmen wir irgendwelche leeren Nomina a, b, c, x, y und definieren ‚$a :\in$ Objekt' und ‚$b :\in a$' und ‚$c :\in a$' und a, b wie c weisen wir dieselben Elemente x und y zu. Diese fünf Objekte sollen keine Klassen und paarweise verschieden sein, so dass zwar $e = \{z\in a|\ z\in b\wedge z\in c\}$ eine bedeutungsstarke Klasse ist mit $e\subset a$, aber die vier anderen Objekte sind es nicht, da sie sich nicht durch eine formale Aussage, d.h. ein Element in ‚Aussage', beschreiben lassen. Die Tatsache der Unterschiedlichkeit ist zwar formalisierbar, kennzeichnet die Objekte aber im Allgemeinen nicht, da sie keine Klassen sind. Obwohl wir für Klassen mit Bezugsobjekt ‚Nomen' wie zum Beispiel für ‚leer' keinen Bedeutungsgehalt definiert haben, könnte man auch dort eine Unterscheidung treffen, wie wir sie mit der Bedeutungsstärke von Objekten eingeführt haben. Nomen als Bezug ist jedoch zu allgemein, so dass die Gefahr einer zirkulären Rückkopplung zu groß erscheint. Aus einem ähnlichen Grunde haben wir ‚Anweisung' und ‚Klasse' ausgeschlossen, da beide Begriffe bei der Definition von formaler Bedeutung verwendet worden sind.

8. Eine Aussage A heißt <u>analytisch</u>, wenn ihr Wahrheitswert allein mit Hilfe des Bedeutungsgehaltes der in ihr vorkommenden Objekte, der in ihr enthaltenen Prämissen oder weiterer wahrer analytischer Aussagen bewiesen werden kann. Ist eine Aussage nicht analytisch, heißt sie <u>synthetisch</u>. Eine Theorie, eine Menge von Aussagen, wird analytisch genannt, wenn alle ihre Aussagen analytisch sind, die nicht durch Verweis oder Elementzuweisung entstehen, andernfalls heißt sie synthetisch. Eine Gleichung oder eine Elementbeziehung zwischen zwei Nomina nämlich, die durch definitorische Setzung zustandekommt, kann ja nicht aufgrund des Bedeutungsgehaltes wahr sein, sondern ist künstlich gemacht, synthetisch. Dass wir diese Art synthetischer Aussagen in einer analytischen Theorie zulassen, hat seinen Grund in der hier verfolgten Methode: Aussagen in einer Theorie stützen sich in diesem Sprachrahmen nicht auf natürlichsprachliche Begriffe, deren Bedeutung scheinbar schon festliegt und nur gefunden werden muss, sondern auf die in II.1 genannten und erst durch umgangssprachliche bedeutunggebende Beschreibung festgesetzten Begriffe, die nur den Rahmen für die Formulierung von Theorien abgeben und weitere Festlegungen durch Verweis und Zuweisung erfordern, um genügend Begriffe zur Gestaltung einer speziellen Theorie zu haben.

9. Der Zusatz ‚oder weiterer analytischer Aussagen' in obiger Definition scheint ebenfalls unverzichtbar. Betrachten wir nämlich die Aussage ‚Die Lösungen von $y^2+2 = x^3$ in $\mathbb{Z}$ sind $(\pm5,3)$', eine gefälligere Formulierung als ‚$\forall x\in\mathbb{Z}\ \forall y\in\mathbb{Z}\ (y^2+2 = x^3 \Rightarrow (y,x) = (\pm5,3))$', worin alle Objekte $x, y, 5, 3$ ihren Bedeutungsinhalt durch $\mathbb{Z}$ erhalten, einen Ring, in dem man durch „überflüssige Faktoren" teilen kann, $\mathbb{Z}\in$ Divisionsring. Wie für fast alle diophantischen

Gleichungen erfordert der Beweis tiefe Kenntnisse, Scharfsinn und Ideen. In diesem Fall betrachtet man die ganzen algebraischen Zahlen in $\mathbb{Z}[\sqrt{(-2)}]\subset\mathbb{C}$ und weist dort eindeutige Primfaktorzerlegung nach, um dann mit weiteren Überlegungen die Lösung obiger Gleichung auf die von $1 = b(3a^2-2b^2)$ in $\mathbb{Z}$ zurückzuführen, die dann leicht möglich ist ([15] Stewart, 3., algebraische Zahlen). Vielleicht mag es ja einen Beweis geben, in dem man nicht über den Begriff der ganzen Zahl hinausgehen muss. Aber das wiederum müsste man erst beweisen! Hier muss jedenfalls ein neuer Begriff, die neue Zahl $\sqrt{(-2)}$, geschaffen und verwendet werden, und sie übersteigt das, was den Divisionsring $\mathbb{Z}$ kennzeichnet. Daher ist die obige Aussage nur durch „Synthetisierung“ eines neuen Objekts und nicht nur mit Hilfe des Bedeutungsgehaltes der in ihr vorkommenden Begriffe beweisbar, also wäre nicht analytisch, wenn man nicht noch weitere analytische Aussagen, die über den Bedeutungsgehalt der ursprünglichen hinausgehen, zulässt. Jedenfalls zeigt dieses Beispiel, dass es ganz unmöglich ist, manche philosophischen Aussagen innerhalb der Umgangssprache entscheiden zu wollen, da wir nach natürlicher Lesart hiermit eine synthetische Aussage gefunden und gemäß der Quineschen Auffassung ([12]) beispielhaft gezeigt hätten, dass alle Aussagen so vernetzt sind, dass man sie nicht in analytische und synthetische aufteilen kann.

10. Aufgrund des Aufbaus wahrer Aussagen aus atomaren Aussagen, also solchen der Form $x\in c$ oder $x = c$, ist eine Behauptung A nach Definition (Absatz 8) analytisch, wenn alle mit ihr verketteten (a€A) atomaren Aussagen a analytisch sind. Wenn c ein Klassenterm ist, so ist $x\in c$ nach II.1.11 zu ‚$x\in b$‘ $\wedge$ ‚$z := x$ et C‘ äquivalent, wo b Bezugsobjekt, C eine Charakterisierung und z eine Variable auf c ist. C ist ihrerseits wegen der Endlichkeit absteigender Elementketten (II.1.17) auf atomare Aussagen zurückführbar, in denen schließlich keine Klasse außer eventuell der leeren auftritt. Die Aussage $x\in\varnothing$ ist per Definition der leeren Klasse analytisch. Wenn c ein Objekt, aber keine Klasse ist, muss die Wahrheit von $x\in c$ durch Hinweise auf Textstellen in der Sprachwelt, die den schwachen Bedeutungsgehalt ausweisen, oder Stellen in der außersprachlichen Wirklichkeit (II.4.18) überprüft werden, im letzteren Fall keine analytische Wahrheit. Die Behauptung $x = c$ ist entweder falsch, weil x oder c keine Klassen mit demselben Bezugsobjekt sind, oder ist auf atomare Aussagen der ersten Art reduzierbar (II.1.11), beides Entscheidungen aufgrund des Bedeutungsgehalts. Übrig bleiben noch atomare Aussagen $x = c$, in denen x und c keine Klassenterme sind. Für diese Situation zeigt aber das Beispiel in Absatz 7, dass die Gleichheit nicht allein aus dem Bedeutungsgehalt entschieden werden kann. Damit haben wir den Hilfssatz bewiesen: Eine Aussage A ist analytisch, wenn jede mit A verkettete (a€A) atomare Aussage a (a := ‚$x\in c$‘ oder a := ‚$x = c$‘) analytisch ist, wo c keinen bedeutungsstarken oder leeren Klassenterm darstellt.

11. Die Bedeutung eines Objektes b wird neben seinem Gehalt an Elementen noch durch die Strukturierung durch aus ihnen gebildeten Klassen, also durch den Bedeutungsumfang $\{A \in \text{Anweisung} | \ A \in \text{Aussage} \wedge \{z \in b | \ A\}(\neq \emptyset) \subset b\}$, gegeben. Dazu ist eine reiche Elementestruktur erforderlich. Wenn ein Objekt kein Element besitzt, nennen wir es atomar und sein Bedeutungsumfang besteht aus der leeren Klasse. Objekte, die in ihrem Gehalt übereinstimmen, können sich in ihrem Umfang unterscheiden: In dem Beispiel von Absatz 7 definieren wir zusätzlich ein Objekt d, das nur das Element $c(\neq b)$ enthält. Dann hat der Bedeutungsumfang von c noch zusätzlich die Aussage $A :=$ ‚z€d' und die Bedeutungsumfänge von b und c sind nicht äquivalent (Absatz 1). Wenn Bedeutungsgehalte und -umfänge zweier Objekte sich nicht unterscheiden, d.h. gleich bzw. äquivalent sind, könnten die Objekte dennoch ungleich sein, $b \neq c$, unterschiedliche Kopien voneinander. Als Elemente der Wirklichkeit müssten sie allerdings zur selben Zeit am selben Ort auftreten und auch sonst in keiner Eigenschaft voneinander abweichen, so dass wir sie in einer die physikalische Welt beschreibenden Theorie als identisch bezeichnen würden. In der Sprachwelt ist die Zuweisung von Gleichheit oder Ungleichheit jedoch genauso möglich wie die der Elementeigenschaft, wenn sie nicht Syntaxregeln und vorgenommene Definitionen verletzt, also nicht zu Widersprüchen führt.

12. Daher ist für eine atomare Aussage der Form $x = c$ eine Wahrheitsentscheidung nur dann möglich, wenn bekannt ist, welche Identitätsrelation für die genannten Objekte gültig ist. Dazu muss es Textstellen, die über die Gleichheit der betroffenen Objekte direkte Aussagen treffen wie im Beispiel von Absatz 7, oder ein Bezugsobjekt b geben, für dessen Elemente eine Identitätsdefinition gilt, so dass aus der Kenntnis des Bedeutungsumfanges von c, zu dem die Aussage $c \in b$ gehört, die Wahrheitswertzuordnung möglich ist. Im Falle $b \in \text{Klasse}$ oder $b = \text{Klasse}$ ist das Problem auf die Wahrheit einer Aussage der Form $x \in c$ zurückgeführt. Wie das bei anderen Objekten geschieht, hängt von der Art der Definition ab, so dass man allgemein nicht sagen kann, ob eine Identitätsbehauptung analytisch oder synthetisch ist. Setzen wir zum Beispiel die Gleichheit von Objektelementen derart fest, dass wir die Äquivalenz der Bedeutungsumfänge voraussetzen, aber nicht als alleiniges Kriterium verwenden, so kann die Entscheidung über die Gültigkeit der Identität nicht analytisch sein, da sich die Bedeutungen der beteiligten Objekte nicht unterscheiden.

13. Die Gültigkeit der atomaren Aussage $x \in c$, wo c keinen bedeutungsstarken oder leeren Klassenterm darstellt, kann nur durch die Kenntnis der Extension $\{z \in c | \ z = z\}$ entschieden werden, welche keine Auswahl durch Beschreibung aus einer bestehenden Klasse darstellt, sondern die durch Zuweisung zustandekommt. Wenn c durch $c :=$ „c" und $c :\in \text{Objekt}$ als Objekt definiert wird, ist es atomar. Wird c einem schon bestehenden Objekt als Element

zugewiesen, ändert sich daran nichts. Bedeutung erhält c erst durch die Zuordnung mindestens eines Elementes $a :\in c$. An diesen Sprachakt können sich weitere anschließen, die jedoch die jetzt verliehene Bedeutung aufnehmen wie beispielsweise $\forall x \in c\ \{z \in c |\ z = x\} :\in c$, welche allerdings die Syntaxregel II.1.17 verletzen würde. Hieran ist erkenntlich, dass die Formalisierung der Begriffe innerhalb unseres Sprachrahmens keine Gewähr für einen konfliktfreien Ablauf von sprachlichen Äußerungen bietet. In letzter Instanz ist die Bewertungs- und Interpretationsfähigkeit des „menschlichen Dekodierers“ (vergl. III.2.22) erforderlich, wie sie auch bei den extern bedeutungsvollen Begriffen zum Ausdruck kommt. Diese Ausnahmen werden aber im Gegensatz zur Formulierung von Texten in natürlicher Sprache hier auf eng und klar abgegrenzte Situationen beschränkt.

14. Wird der Bedeutungsgehalt von Objekten c durch Zuweisungsakte erweitert, so synthetisieren sie das Objekt zwar, wenn es jedoch danach in Aussagen verwendet wird, liegen Bedeutungsgehalt und -umfang fest, so dass die Entscheidung, ob $x \in c$ ist, immer aus der Bedeutung des Objektes c ablesbar ist. Mit den bisherigen Überlegungen folgen daher die Sätze

14.1: Eine Aussage A ist analytisch, wenn jede mit A verkettete (a€A) atomare Aussage $a :=$ ‚$x = c$’ analytisch ist, wo c keinen bedeutungsstarken oder leeren Klassenterm darstellt.

14.2: Eine Aussage A ist synthetisch, wenn es eine mit A verkettete (a€A) atomare Aussage der Form $a :=$ ‚$x = c$’ gibt, wo x und c bedeutungsschwache Objekte, aber keine Klassen sind, die für jedes gemeinsame Objekt $x \in b$ und $c \in b$ äquivalenten (zu b relativen) Bedeutungsumfang haben.

In dieser Situation hängt die Entscheidung über die Wahrheit von $x = c$ nicht an der Bedeutung der beteiligten Objekte, in welcher Ausprägung auch immer. Die Frage erhebt sich, ob Derartiges überhaupt auftreten kann, zumal diese Gleichung in Aussagen des Bedeutungsumfanges zu finden sein könnte. Letzteres ist jedoch nicht der Fall: Sei c zunächst ein eigentliches Objekt (II.1.16), wovon es nur endlich viele geben kann, da ‚Objekt’ ein Nomen ist und $c \in$ Objekt die Elementbeziehung von Nomina darstellt (I.3.3). Im Bedeutungsumfang von c kann also nicht die Aussage $x = c$ auftreten, da zugleich $x \in c$ sein müsste, was Selbstenthaltensein zur Folge hätte. Auch wenn es ein Objekt b gibt mit $x \in b$ und $c \in b$, ist $\{z \in b |\ z = c\} \subset c$ aus demselben Grund niemals erfüllt. Daher müssen Entscheidungen über die Gleichheit solcher Objekte außerhalb der in diesem Kapitel definierten formalen Bedeutung gesucht werden.

15. In einem formalen sprachlichen Zusammenhang stellt sich nicht die Frage, ob der Analytizitätsbegriff so richtig definiert ist. Dennoch kann man sie umgangssprachlich stellen, wird

aber keine zufriedenstellende Antwort erhalten, wenn man nicht zugleich präzise sagt, was man unter ‚richtig' verstehen will. Und damit ist man wieder zur Formalisierung gezwungen. Mit Hilfe des so definierten Analytizitätsbegriffes, über dessen Richtigkeit mangels Definition dieses Begriffes jetzt gar nicht entschieden werden kann, werden wir in II.3 immerhin im Einklang mit weit verbreiteten modernen Vorstellungen nachweisen, dass Mathematik analytisch ist, obwohl Kant das Gegenteil behauptet hat ([16] Einl., V.1). Jenseits der kantschen Argumentation können wir auch mit unserer Begriffsbildung gute, allerdings nur umgangssprachliche Gründe dafür angeben, dass die Mathematik sich in grundlegenden Aussagen, den mengentheoretischen Axiomen, nicht immer auf die Bedeutung der vorkommenden Ausdrücke bezieht, um ihre Wahrheit festzustellen, da sie durch synthetisierende Zuweisungen entstehen.

16. Allgemeiner könnten wir viele bedeutungsschwache Objekte eher bedeutungslos nennen: Erklären wir nämlich das Nomen ‚Beisp' zu einem Objekt, dem wir das Nomen ‚isp' als Element zuweisen, so ist es bedeutungsschwach, aber nicht bedeutungsleer. Wir haben aber zu Recht den Eindruck, dass hier etwas Künstliches synthetisiert wurde, woher die Aussage ‚isp$\in$Beisp' ihren Wahrheitsgehalt bezieht, während wir bei ‚$\emptyset\in$Menge' eher das Gegenteil vermuten würden. Beide Aussagen sind jedoch Ergebnis autonomer Sprachhandlungen mit Nomina, die zwar Objekte, aber keine Symbole sind und keine weitere interne noch externe Bedeutung haben, sondern sie erst durch solche Akte erhalten. Aus diesem Grunde werden solche Aussagen und darauf errichtete Theorien, die auch die Gleichheitsdefinition darauf gründen, analytisch genannt. Es scheint jedoch egal, welcher Weg gegangen wird, jeder Weg muss über die exakte Definition von abstrakten Begriffen in die Sprachpräzisierung führen. Aber schließlich ist auch das Ergebnis einer Präzision wesentlich: Ob mit dem Satz 14.2 erfolgreich synthetische nichtempirische Begriffe formuliert werden können, die sich dann noch substantiell auf die nichtsprachliche Welt beziehen, können wir in dieser Arbeit noch nicht entscheiden. Keinesfalls aber folgt aus unserem Begriff der Analytizität zwingend, dass analytische Theorien bedeutungslos sind, wenn sie bedeutungsleere oder bedeutungsschwache Begriffe verwenden, sondern unsere Sprachhandlungen können aus bedeutungsleeren bedeutungsstarke Objekte synthetisieren, wie wir es nun am Beispiel der Mathematik verdeutlichen.

II.3 - Sprache und Mathematik

- Aufbau eines sprachlichen Modells der klassischen Mengenlehre

Die Mathematik ist ein optimal präzisierter Teil der natürlichen Sprache, weshalb sie universell einsetzbar ist.

1. Mathematik ist keine besondere Wissenschaft wie Experimentalphysik oder Soziologie, Mathematik ist ein präzisierter Teil der natürlichen Sprache. Weil wir alle Dinge mehr oder weniger genau, aber meist sprachlich beschreiben, deswegen ist Mathematik so universell einsetzbar. Präzisierung erfordert oft Anwendung ungewohnter, im Laufe der Evolution noch nicht materiell kodierter sprachlicher Techniken wie der Formalisierung. Daher empfinden wir Mathematik als schwierig und wehren uns gegen das sprachlich Formale, obgleich die Methode so erfolgreich ist. Sie hat die Welt in einigen Jahrtausenden mehr verändert als manche Entwicklungen der letzten paar Millionen Jahre. Dennoch ist die Frage nach der Wahrheit rein mathematischer Aussagen oder der Gültigkeit mathematischer Theorien im Gegensatz zu Fragen in den Naturwissenschaften keine, deren Antwort a posteriori (II.4.11) gestützt werden könnte. Insofern ist die Mathematik in derselben Position wie die Philosophie, da die Rechtfertigung einer Theorie, die einen endgültigen Wahrheitsanspruch erhebt, allein darin besteht, syntaktisch regelgerecht und widerspruchsfrei zu sein. Aus diesem Grunde ist das Ziel einer exakten Sprache, in der Ergebnisse von Metaphysik und Ontologie formuliert werden können, nicht so weit entfernt, wie manche auch deswegen glauben machen wollen, weil eine unpräzise Sprache natürlich viele Vorteile bietet.

2. Mit mathematischen Begriffen verknüpfte Vorstellungen sind rein privat, sie gibt es in der Außenwelt daher nicht. Zur Konstruktion der Mathematik beziehen wir uns daher allein auf die Sprachwelt der erfahrbaren Wirklichkeit (I.1.9), wenngleich es immer wieder Versuche gibt, die Objekte der Mathematik in einer Sonderwelt anzusiedeln ([18] Shapiro, IV, 8. und 9.). Wir beziehen uns sogar nur auf einen eng begrenzten Bereich der Sprachwelt, unseren in II.1 vorgestellten Sprachrahmen, der als Einzelvorkommnis wie etwa in dieser Arbeit natürlich Teil der physikalischen Außenwelt ist. Daher sind die Strukturen, die wir zur Grundlegung der Mathematik benötigen, lediglich Abstraktionstypen von Wörtern (I.1.5).

3. Wir definieren als Bezugsobjekt b für mathematische Klassenobjekte $\{x \in b | A\}$ das Nomen ‚Menge': Menge := „Menge" et Menge :∈ Objekt. Der erste Verweis soll nur betonen, dass das Wort ‚Menge' keinerlei Bedeutung im Sinne von II.2 hat. Sie wird nun erst geschaffen: Die Klasse $\varnothing$ (:∈ Klasse) sei ein Nomen mit der Eigenschaft $\varnothing \in$ leer. Das Nomen

‚Menge' können wir genau wie das Objekt ‚leer' als Prädikat ansehen. Um weitere Klassenterme mit ‚Menge' als Bezugsobjekt zu schaffen, müssen wir dem Objekt ‚Menge' Elemente zuweisen, d.h. Wörter mit dem Prädikat ‚Menge' versehen. Wir definieren die leere Menge durch $\varnothing :\in$ Menge sowie $\omega :\in$ Klasse et $\omega :\in$ Menge, wobei ω irgendein ein leeres Nomen sein kann, um die erste Limesordinalzahl zu benennen. Wir weisen hier wieder darauf hin, dass der letzte Finalsatz auf den Aufbau unseres Sprachrahmens keinen Einfluss hat, sondern nur als Erinnerung an gewohnte Vorstellungen gedacht ist. ω soll hier und jetzt ein Nomen ohne Symbol- und Bedeutungsgehalt sein (II.2.1), sondern nur in Elementbeziehung zu ‚Klasse' und ‚Menge' stehen.

4. Wir reihen zunächst die in der Mathematik üblichen Abkürzungen auf, die mathematische Objekte definieren, wenn das Bezugsobjekt ‚Menge' ist, aber auch allgemein für ein beliebiges eigentliches Objekt b gelten:

$V := \{x\in b|\ x = x\}$, $\varnothing := \{x\in b|\ x \neq x\}$

P $\forall x\in$ Klasse $\forall y\in$ Klasse $\{x,y\} := \{z\in b|\ z = x \vee z = y\}$

V $\forall x\in$ Klasse $\cup x := \{z\in b|\ \exists y\in x\ z\in y\}$

D $\forall x\in$ Klasse $\cap x := \{z\in b|\ \forall y\in x\ z\in y\}$

Pot $\forall x\in$ Klasse $Pot(x) := \{z\in b|\ z\subset x\}$

Fkt $\forall x\in$ Klasse ‚Funktion auf x' $:\in$ Klasse

$\forall x\in$ Klasse $\forall f\in$ Klasse$(\forall y\in x\exists v\in$ Klasse $(y,v)\in f \wedge (\exists v\in$ Klasse$\exists w\in$ Klasse $(y,v)\in f \wedge (y,w)\in f \Rightarrow v = w))\}$' $:\Rightarrow f :\in$ ‚Funktion auf x'

B $\forall x\in$ Klasse $\forall f\in$‚Funktion auf x' $f(x) := \{z\in b|\ \exists y\in x\ (y,z)\in f\}$

N $\forall x\in$ Klasse $\{x\} := \{x,x\}$ et ‚x+1' := ‚$x\cup\{x\}$'

Damit haben wir einfachere formalsprachlichen Formulierungen des b-Universums V, der leeren Klasse $\varnothing$, der Paarklasse $\{x,y\}$, Vereinigungs-, Durchschnittsklasse ($\cup x$, $\cap x$), der Potenzklasse Pot(x), des Funktionsbildes f(x), der Einermenge $\{x\}$ und des Nachfolgers x+1 den oben genannten formelhaften Bezeichnungen durch Verweis zugeordnet und die Klasse der Funktionen definiert.

5. Die Mengenaxiome (nach Zermelo-Fraenkel: [10] Tuschik, 5.2, nach Neumann-Bernays-Gödel [19] Ziegler, Kap.1) zerfallen in drei Gruppen: Wortsynonyme, Elementdefinitionen und Syntaxregeln. Wortsynonyme, die schon im Sprachgrundgerüst II.1 definiert wurden, sind die Elementrelation $y\in x$ zwischen Klassentermen und das Extensionalitätsaxiom als Definition der Gleichheit $x = y$ von Klassen (II.1.8-11). Elementzuweisungen, die notwendig sind, um Paarmengen-, Vereinigungsmengen, Potenzmengen- (PVP), Aussonderungs- (A) und Ersetzungsaxiom (E) wahr werden zu lassen, sind folgendermaßen formulierbar:

PVP $\forall x \in$ Menge $\forall y \in$ Menge ($\{x,y\}$:$\in$ Menge et $\cup x$:$\in$ Menge et Pot(x) :$\in$ Menge)

A $\forall x \in$ Menge $\forall y \in$ Klasse (‚Bezugsobjekt von y = Menge' :$\Rightarrow$ ‚$x \cap y$:$\in$ Menge')

E $\forall x \in$ Menge $\forall f \in$ ‚Funktion auf x' f(x) :$\in$ Menge

Das Unendlichkeitsaxiom wird durch die von Neumannsche Konstruktion (U) und das Auswahlaxiom (C) als Definition einer Auswahlfunktion realisiert:

U $\varnothing$:$\in$ ω et $\forall x \in \omega$ ‚x+1' :$\in$ ‚ω'

C $\forall x \in$ Menge (‚$\forall y \in x$ $y \neq \varnothing$' :$\Rightarrow$ f_x :$\in$ Klasse et $\forall y \in x$ $\forall z \in y$ ($\forall v \in y$ $(y,v) \notin f_x$) :$\Rightarrow$ (y,z) :$\in$ f_x)

Dann ist f_x offenbar auch Funktion auf x, da durch die Anweisung C jedes Argument y genau einen Wert z erhält. Mathematik ohne Auswahlaxiom enthält die Grundobjekte (II.1.24) ‚Menge' und die natürlichen Zahlen ω, wo das erstere eigentliches und das zweite uneigentliches Objekt ist, während für das Auswahlaxiom noch unendlich viele uneigentliche Grundobjekte f_x hinzutreten, was seine sprachliche Sonderstellung kennzeichnet.

6. Das Fundierungsaxiom fassen wir als Spezialfall der Syntaxregel II.1.17 auf, weswegen es aus normativen Gründen gültig ist:

F $\forall y \in$ Klasse $\exists n \in \omega$ $\forall x \in$ Menge ‚Elementkette von x nach y der Länge n' ist leer.

Wir müssen bei mathematischen Tätigkeiten, z.B. Anweisungen, mittels der Syntaxregeln dafür sorgen, dass auch F gültig bleibt, und da unsere Vorsorge manchmal nicht erfolgreich sein kann, müssen wir damit rechnen, auf Widersprüche gegen F zu stoßen, die dann aber wiederum durch sprachliche Tätigkeit behoben werden können. Die übliche Formulierung des Fundierungsaxioms $\forall x \in$ Menge ($x \neq \varnothing \Rightarrow \exists y \in x$ $y \cap x = \varnothing$) folgt aus diesem Satz mit Hilfe des Auswahlaxioms, die Umkehrung gilt, ohne es vorauszusetzen ([19] Ziegler, 5.4). Da die klassische Mathematik zu jedem Modell einer Theorie auch ein fundiertes Modell konstruieren kann, ist unsere Norm durch die praktischen Möglichkeiten gerechtfertigt ([19], 5.3).

7. Unser mathematische Spracherweiterung versieht das formale Gegenstück ω der umgangssprachlichen natürlichen Zahlen $\mathcal{N}$ unseres Sprachrahmens mit exakt genauso vielen Elementen, weil wir irgendeine induktive Klasse mit Element $\varnothing$ konstruieren müssen, um ω als kleinste induktive Klasse, die $\varnothing$ enthält, sicherzustellen. Vielleicht hätten wir ja mit abgewandelten sprachlichen Mitteln eine unendliche Kette der Form $\ldots \in x_{-2} \in x_{-1} \in x_0 \in x_1 \in \ldots$ dem natürlichen Anfangsstück $0 \in 1 \in 2 \in \ldots$ nachfolgen lassen können. Formal sind die x_n überflüssige „Geisterelemente", weil sich ein unendliches Teilstück gar nicht durch ω indizieren lässt, da ja die kleinste unendliche Menge $\omega = \{1,2,3,\ldots,x_{-2},x_{-1},x_0,x_1,\ldots\}$ wäre. Dennoch ist das kein zwingender Grund, die Mathematik auf diese hier vorgestellte Weise zu bilden. Im Gegenteil ist es möglicherweise mathematisch und philosophisch interessant, Geister und unendliche Ketten zuzulassen oder auch einige Mengenaxiome hinzuzufügen oder auf einige zu verzichten. Die erfolgreiche Anwendung eines formalen

sprachlichen Systems zur Problemlösung, wie die dieses Systems, ist Rechtfertigung für jeden anderen Schöpfungsversuch. Die im BNG-System als Axiom gegebene Beschränkung auf prädikative Formeln (in BNG dürfen sich Quantifizierungen nur auf Mengen beziehen ([19] Ziegler, 1.1f)) ist ja schon durch die Definition von mathematischen Klassen, die als Bezugsobjekt ‚Menge' haben, insofern verwirklicht, als jedes zulässige Objekt dem Mengenprädikat unterworfen sein muss. Die hiermit durchgeführte subtile Änderung der Sprechweise verrät, dass wir ja bei der Konstruktion des Sprachgebäudes der Mathematik in der schwierigen Situation sind, noch keine klassischen mathematischen Objekte zu haben, sondern sie erst gestalten zu müssen.

8. Nun sind also alle mathematischen Objekte Klassenterme der Form $\{x\in \text{Menge}|\ A\}$ wie beispielsweise die Potenzmenge $\text{Pot}(z) = \{x\in \text{Menge}|\ \forall y\in x\ y\in z\}$ für ein Element $z\in \text{Menge}$. Scheinbar fallen $\varnothing$ und ω nicht darunter. Es ist aber offensichtlich, dass $\varnothing = \{x\in \text{Menge}|\ x \neq x\} = \varnothing_{\text{Menge}}$ (I.1.11) gilt, da es wegen der extensionalen Gleichheit nur eine leere Klasse mit dem jeweiligen Bezugsobjekt geben kann. Weil ω als Klasse definiert ist, ist sie die kleinste induktive Menge x, da offensichtlich $\omega = \cap\{x\in \text{Menge}|\ \varnothing\in x \wedge \forall y\in x\ (y\cup\{y\}\in x)\}$ gilt. Damit ist ω nachträglich als bedeutungsstark (II.2.3) erkannt, was daran liegt, dass ω keine beliebigen Elemente zugewiesen wurden, sondern genau solche, die ω zu dieser induktiven Menge machen. Dagegen ist das Mengenuniversum $V := \{x\in \text{Menge}|\ x = x\}$ bedeutungsschwach, weil ‚$x\in \text{Menge} \wedge x = x$' zu ‚$x\in \text{Menge}$' äquivalent ist.

9. Die Sprachhandlungen, die wir hier vollziehen, bedeuten nichts weiter, als dass wir bestimmte Wörter, nämlich bestimmte Klassenterme, mit dem Prädikat ‚Menge' versehen. Die grammatischen Regeln, nach denen wir uns bei ihrem Gebrauch richten müssen, haben wir schon in unserem Sprachrahmen aufgestellt; denn der Mengen- und Klassenbegriff ist nicht spezifisch mathematisch, sondern wurde nur als grundlegend für den Aufbau der Mathematik erkannt und dann in der hier vorgestellten Weise präzisiert, um Antinomien auszuschließen. Nicht der Begriff selbst oder gar die mit ihm verbundene Vorstellung, sondern seine Präzisierung verleihen ihm die Kraft, die ihn gegen viele philosophische und innermathematische Anfeindungen bisher geschützt hat. Unsere Regeln und Definitionen sind weder leer, noch zirkulär, denn bis auf das konkrete Nomen $\varnothing$, das per Definition leer sein soll, ‚Menge' und ω, gibt es kein konkretes mathematisches Mengen- oder Klassenobjekt, sondern nur die Axiome als „Konstruktionsvorschriften", so dass eine rekursive Definition initiiert wird. Und das Unendlichkeitsaxiom als eine Formalisierung solch einer rekursiven Definition beschränkt sich auf spezielle Elemente. Es ist die Formalisierung dessen, was „unendlich" bedeuten kann und wie es in der Mathematik verstanden wird. Mit der Definition der Potenzmenge sind

daher transfinite Kardinalzahlen möglich, aber wohlverstanden: $\mathrm{Pot}(\omega) = \{x \in \mathrm{Menge} | \ x \subset \omega\}$ ist ein Nomen mit dem Prädikat ‚Menge' und enthält per Definition solche Mengen, deren Elemente in ω liegen. Das ist kein konstruktivistisches Konzept, aber auch nicht eines, das auf dubiose Weise die Existenz von Entitäten, welcher Art auch immer, voraussetzt, sondern eine sprachlich-nominalistische Konstruktion, deren Gebrauch präzise und eindeutig durch den Begriff der Variable (I.4.6) geregelt ist.

10. Wir können die Frage stellen: Welche Elemente enthält $\mathrm{Pot}(\omega)$ denn nun? Und die Gegenfrage lautet: Welche Antwort erwarten wir denn darauf? Doch wohl nicht die, dass wir alle Teilmengen aufzählen, denn dann müssten wir erst wissen, was Aufzählen bedeutet. Aber wenn wir das in üblicher Weise, funktional auf $\mathcal{N}$ oder ω, formal in unserem Sprachrahmen definieren, stellen wir formal beweisbar fest, dass ein Aufzählen in diesem Sinne nicht möglich ist: Wenn es mit f eine Surjektion von ω nach $\mathrm{Pot}(\omega)$ gäbe, so könnten wir die Menge $p := \{n \in \mathrm{Menge} | \ n \in \omega \wedge n \notin f(n)\} \subset \omega$ betrachten und damit gäbe es auch ein $m \in \omega$ mit $p = f(m)$. Wenn $m \in p = f(m)$ wäre, müsste $m \notin f(m)$ sein, aber $m \notin p$ führte zu $m \in f(m) = p$. Wir verwenden die Überzeugung, dass unsere Theorie konsistent ist, um zu schließen, dass $\mathrm{Pot}(\omega)$ daher überabzählbar ist. Dieser Beweis ist statt der Potenzmenge für jede Menge P durchführbar, die für irgendeine Funktion $f: \omega \rightarrow P$ die Menge p als Element enthält. Mehr brauchen wir nicht zu wissen, aber das wissen wir im Falle $\mathrm{Pot}(\omega)$ bestimmt, weil p eine Teilklasse von ω und wegen des Aussonderungsaxioms auch eine Menge ist.

11. Überabzählbarkeit sagt eigentlich nur, veranschaulicht durch das Cantorsche Diagonalisierungsverfahren, dass wir immer mindestens ein Element bei unserem Abzählungsversuch nicht erwischen, nicht jedoch zwingend, dass die betreffende Menge „mehr" Elemente hat. In der Vorstellung, die wir uns von den Beispielobjekten $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$ machen, schiene das gerechtfertigt, aber bei $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$ würden wir unsere Aussage wieder relativieren. Der fachsprachliche Kardinalitätsbegriff ist eine Formalisierung von „mehr" und sie ruft deswegen in uns die Vorstellung von Umfang und Größe hervor. Besser wäre es, ihn mit der Vorstellung zu verbinden, er schaffe ein Maß für den Grad der Ordnung. Diese Vorstellung wäre der Definition von Kardinalzahlen über Ordinalzahlen auch angemessener.

Mathematik ist analytisch und rein nominalistisch

12. Mit der Einführung von bestimmten Klassentermen mit dem Bezugsobjekt ‚Menge' als mathematischen Objekten ist nun auch der Übergang von einer formalisierten Metasprache, die der Sprachrahmen eingrenzt, zu einer noch formaleren Objektsprache möglich: So schaffen wir uns innerhalb unserer Sprachwelt wiederum besondere Nomina, die wir Objekte und hier mathematische Objekte nennen, und ahmen Erscheinungen der physikalischen Welt, empirische Objekte (II.4.8), nach. So können wir einen zweiten Wahrheitsbegriff herstellen, der in der mathematischen Logik ‚Gültigkeit' ([10] Tuschik, 2.2) heißt und der dem Wahrheitsbegriff der natürlichen Sprache mit ihrer Referenzierung auf Wirklichkeitsobjekte näher kommt als der metasprachliche Ableitbarkeitsbegriff unseres Sprachrahmens (II.1.23) oder der mathematischen Logik ([10], 2.3). Der tarskische Wahrheitsbegriff für eine Aussage oder eine ganze Theorie bezieht sich auf Gegenstände, von denen eine Aussage oder eine Theorie handelt, die dann Modell für diese Gegenstände genannt wird. Eine logisch wahre Aussage, die nicht die spezielle Natur der Gegenstände betrifft, gilt dann unabhängig von einem für alle Modelle. Mathematische Modelle werden als Klassen von Mengen definiert. Daher müssen letztere Begriffe Bestandteile der Metasprache, unseres Sprachrahmens sein, bevor konkrete mathematische Objekte überhaupt sprachlich festgelegt werden können. Durch die Mengenaxiome als Sprachhandlungen schaffen wir erst ein sprachliches Beziehungsgeflecht, das uns von mathematischen Objekten, den Mengen oder Klassen aus Mengen zu sprechen erlaubt. Erst dann können wir daran gehen, Strukturen zu definieren, die als Modell für eine abstrakte Sprache gelten können ([10], 2.2, 2.3).

13. Das Mengenuniversum mit seiner $\in$-Relation ist in diesem Sinne ein Modell für die Sprachstruktur $(\in)$ unseres Sprachrahmens mit der einzigen Relation ‚Element aus', ohne Funktionszeichen, den üblichen logischen Zeichen, mit einer abweichenden Klammer- und Variableninterpretation (I.2.6f und I.4.6) und mit den Konstanten ‚Menge' und ‚$\varnothing$'. Diese Sprachstruktur kann aber natürlich nicht in der Weise formalisiert werden, dass außerhalb ihrer ein Mengenmodell mit einer Relation $\in$ existiert, für die die Mengenaxiome gültig wären; denn in dieser Klasse müssten ja die meisten Axiome (wie z.B. die Extensionaltät (II.1.8) oder das Komprehensionsaxiom (in II.1.11), aber auch das Paarmengenaxiom (Absatz 5)) schon gelten, damit wir überhaupt von Mengen und Relationen reden können. Aber wenn wir in unserer Sprache keine komplizierten Beziehungen bilden, gelten sie auch nicht. Nachdem wir sie jedoch erschaffen haben, kann man mit Hilfe dieser Strukturen nachweisen, dass sich aus ihnen Teilstrukturen bilden lassen, in denen wiederum die Mengenaxiome gelten, dass also unter der Voraussetzung der Existenz von ‚Menge' und der Geltung einiger Axiome Modelle $M \subset V$ beliebiger Kardinalität mit Relation ε auf M für die Mengenaxiome existieren.

Da ‚Menge' kein Element von ‚Menge' ist, kann das Mengenuniversum auch kein Modell im Sinne der mathematischen formalen Logik und Modelltheorie sein.

14. Aber natürlich ist ‚Menge' mit der $\in$-Relation ein sprachliches Modell in dem Sinne, dass die formulierten Axiome wahre Aussagen in unserem Sprachrahmen darstellen. Auch hier wird die Kraft der Präzisierung deutlich: Der Gödelsche Unvollständigkeitssatz ([10] Tuschik, Satz 4.12) beweist, dass es kein mathematisches Modell der Mengenaxiome im gesamten Mengenuniversum $V = \{x \in \text{Menge} | \ x = x\}$ geben kann. Wir haben die Metasprache immerhin so weit präzisiert, dass wir sagen können, dass wir ein sprachliches Modell ‚Menge' für die Mengenaxiome geschaffen haben, in dem alle Axiome außer möglicherweise dem Fundierungsaxiom gelten, weil wir es als Syntaxregel auffassen, und für das wir aber nicht sicherstellen können, dass alle Syntaxegeln eingehalten worden sind. Und genau dort liegt der Unterschied: Die Existenz eines Modells der Mengenaxiome beliebiger Kardinalzahl in V ist beweisbar unter der Voraussetzung der Existenz von ‚Menge'. Haben wir sie noch nicht zur Verfügung, wollen wir sie erst schaffen, stehen uns nur sprachliche Begriffe wie Nomen, Objekt, Klasse, Anweisung, Aussage zur Verfügung, weswegen der Mengenbegriff zunächst nur in Anweisungen zur Bildung des Mengenuniversums auftritt, aber dann auch sicher als bedeutungsvoller Begriff angesehen werden kann. Damit ist jedoch nichts Positives über die Widerspruchsfreiheit des sprachlichen Mengenmodells ausgesagt, und die Unmöglichkeit einer solchen Aussage innerhalb eines solchen mathematischen Modells ist ja genau der Inhalt des Gödelschen Satzes.

15. Die durch die Mathematik erweiterte Sprachwelt erhält also neue Begriffe, neue Prädikate, deren Bedeutung intern definiert wird: Menge, ω, $\emptyset$. Mit Menge $:\in$ Objekt wird ‚Menge' als ein besonderes Nomen gekennzeichnet, das damit als Bezugsobjekt dienen kann für die Bildung von sprachlichen Klassentermen $\{x \in \text{Menge} | \ A\}$, wo A eine Aussage ist, soweit sie bisher zur Verfügung steht. Durch $\emptyset :\in$ Menge wird ein Konstruktionsprozess durch Anweisungen in Gang gesetzt, der, geleitet durch die Intentionen, die hinter den Mengenaxiomen stehen, dazu führt, dass diese Axiome wahre Aussagen sind. Damit setzen wir uns in Gegensatz zu der üblichen Auffassung des Charakters von Axiomen als für wahr gehaltenen oder als für wahr erkannten Aussagen. In unserem System sind sie frei als wahr (II.1.21) konstruierte Aussagen, deren einzige Legitimation darin besteht, dass ihre Gültigkeit bisher zu keinem Widerspruch geführt hat, andernfalls man sie abändern müsste, wie schon im Zuge der mathematischen Grundlagenkrise geschehen, und dass durch genau diese sprachlichen mathematischen Konstruktionen die Bildung sprachlicher Modelle der Außenwelterscheinungen möglich werden, wozu sich die mathematischen Axiome aus Erfahrung bewährt haben. Dass sie auch Konsequenzen haben, die unserer Vorstellung widerstreben, sollte

man hinnehmen, solange man keinen Verbesserungsvorschlag machen kann. Mit unserem Sprachrahmen und den Begriffen der Mengenlehre haben wir ein sprachliches Universum geschaffen, das erkenntnistheoretisches Grundwerkzeug enthält. Ein Teil der Welt, von der intersubjektive und objektive Erkenntnis über alle Realität ausgeht, ist die Sprachwelt. Sie vermittelt Handlungen zur Gestaltung ihrer selbst in einer Weise, dass sie die Objekte und Mechanismen der Welt auf eine Art widerspiegelt, die uns, so zeigt die Erfahrung und der Erfolg dieser Methode, gestaltungsfähigere Einblicke in die Zusammenhänge der Wirklichkeit verschafft, als wenn wir sie mit den Sinnen oder anderen erkenntnisfähigen Mitteln betrachteten. Aber erst die Kopplung von Sprachsymbolik mit Sinnenerleben entfaltet die erkenntnistheoretische Kraft einer naturwissenschaftlichen Theorie.

16. Wir haben damit ein formalistisch, logizistisches, strukturalistisches und semiotisches Konzept verwirklicht, das einen Umgang mit Wörtern und elementaren Beziehungen zwischen ihnen so erklärt, dass Wörter und Sätze das mathematische Universum aus Klassen und Mengen formen und durch Sprachhandlungen auf für Klassen und Mengen stehende Wörter und Sätze zugegriffen werden kann. Die Mengenaxiome erweisen sich als wahre Aussagen, wodurch dieses Wortgebilde ein nominalistisches außermathematisches Modell der Mathematik darstellt. Damit gibt es für das philosophische Grundlagenproblem der Mathematik eine Lösung. Sie schließt natürlich nicht eine Lösung ganz anderer Art aus, durch die ein von diesem unterschiedliches Modell von Mathematik sogar auch in einem anderen Sprachrahmen denkbar wäre. Die Mathematik ist in dem hier vorgestellten Modell keine empirische Wissenschaft, weil Wahrheit und mathematische Gültigkeit völlig innerhalb der Sprachwelt definierbar und bis auf Fragen grundsätzlicher Art entscheidbar sind.

17. Da ihre Objekte nicht auf Gegenstände der Außenwelt sondern auf solche der Sprachwelt referieren, scheint sie rein analytisch zu sein, da die Wahrheit ihrer Aussagen einzig durch die Analyse der Wortbedeutungen entschieden werden kann. In der Tat können synthetische Anteile höchstens in den Grundaxiomen der Mengenlehre auftreten; denn ihre Gültigkeit kommt ja nicht durch Benennung oder durch die Folgerungen aus der Wortbedeutung zustande, da die Wörter ‚Klasse' und ‚Menge' in Nomen formal ja gar keine Bedeutung haben, bevor wir sie ihnen dadurch zuweisen, dass wir sie mit bestimmten anderen Wörtern durch das Einzeichenwort $\in$ verbinden. Daher ist beispielsweise $\forall x \in \text{Menge} \forall y \in \text{Menge}\ \{x,y\} \in \text{Menge}$ nicht deswegen gültig, weil ‚Menge' so definiert war, sondern deswegen, weil wir ‚Menge' im mathematischen Sprachgebäude so definieren wollen. Der Aufbau der mathematischen Begriffswelt innerhalb der Sprachwelt unseres Sprachrahmens ist zweifellos synthetisch: Wir schaffen die Mathematik, ohne auf die Bedeutungen der verwendeten Begriffe zurückzugreifen und ohne Informationen aus den Erscheinungen außerhalb der

Sprachwelt zu ziehen. Wir fügen vielen Nomina das Prädikat ‚Menge' bei und erweitern den Begriff dadurch. Der Akt der Schöpfung der Mathematik, die Sprachwelt der Mengenlehre, ist synthetisch a priori, umgangs-fachsprachlich ausgedrückt. Die so geschaffene darauf bauende Mathematik ist im Wesentlichen analytisch a priori, wobei wir in II.4 den Begriff des a priori als ‚nicht a posteriori', d.h. ohne empirische Größen, definieren. Dennoch kommen wir aus formalen definitorischen Gründen innerhalb unseres Sprachrahmens zu folgendem Satz:

18. Mathematik ist analytisch.
Beweis: Wir definieren Mathematik als die Theorie, die Klasse von Aussagen, die mit Hilfe der Klassenterme $\{x \in \text{Menge} | A\}$, der mathematischen Objekte, formuliert werden kann, wobei A eine Aussage ist, deren Objekte solche Klassen oder ‚Menge' sind. Damit die Definition zirkelfrei rekursiv ablaufen kann, sind wir Schritt für Schritt in der Weise vorgegangen, wie wir es ab Absatz 3 beschrieben haben. Durch jene Sprachhandlungen entstehen dann wahre Aussagen, deren erste $\emptyset \in \text{Menge}$, $\omega \in \text{Menge}$, $\emptyset \in \omega$ sind und zu denen die Mengenaxiome hinzukommen, die alle bis auf das zu den Syntaxregeln zählende Fundierungsaxiom zu bedeutungsstarken Klassentermen oder zu Äußerungen der Form $a :=$ ‚$x \in \text{Menge}$' führen, äquivalent zu $x \in V$. Nach Satz II.2.14.1 ist nur zu untersuchen, ob atomare Identitätsaussagen zwischen bedeutungsschwachen nicht leeren Objekten analytisch sind. Da das Mengenuniversum das einzige solche mathematische Objekt und zugleich eine Klasse ist, ist die Entscheidung über ‚$x = \text{Menge}$' auf Urteile über das Enthaltensein von Elementen zurückgeführt (II.1.8), die nach II.2.14 analytisch sind.

19. Natürlich ist auch eine Aussage der Form ‚Mathematik ist synthetisch' beweisbar, wenn der Analytizitätsbegriff etwas verändert definiert wird. Das ist jedoch nichts sich Widersprechendes, da die Inhalte der Aussagen ja nicht widersprüchlich sind, weil sie aus unterschiedlichen Theorien stammen, in denen lediglich die Bedeutungen anders auf die Nomina verteilt sind. So haben wir mit den Aussagen ‚Die Sonne kreist um die Erde' und ‚Die Erde kreist um die Sonne' sogar zwei richtige empirische Theorien mit jeweils wahren Aussagen, die beide sogar empirisch gültig sind, von denen allerdings die zweite das planetare Geschehen erfolgreicher wiedergibt. Die übliche Redeweise, es sei falsch zu behaupten, die Sonne drehe sich um die Erde, ist daher im Grunde irrig, wenn sie nicht den Standpunkt des Beobachters benennt. In diesem Sinne nun können wir auch den Satz über die Analytizität der Mathematik verstehen: Bedeutung eines Begriffes scheint über die Charakterisierung durch eine Aussage hinauszugehen und die in II.2.3 gebotene Definition der Bedeutungsschwachheit versucht, das zu berücksichtigen, woraus dann der Satz II.2.14 formal abgeleitet werden kann. Das ist ein möglicher von weiteren unterschiedlichen möglichen Standpunkten bezüglich der Definition von Bedeutung. Mit den von uns in II.2 festgelegten Begriffen konnten wir formal

zeigen, dass die mathematische Theorie das Prädikat analytisch hat. Wir sind jedoch frei in der Verwendung dieses Wortes: Sollte die hier vorgeschlagene Definition sich nicht durchsetzen, so könnte ein neu und besser definiertes Paar „analytisch-synthetisch“ zur der im ersten Satz dieses Absatzes formulierten Aussage führen.

20. Ob es eine Verschärfung des Analytizitätsbegriffes wäre, wenn der Zusatz ‚und anderer analytischer Aussagen’ in der Definition von I.2.12 weggelassen würde, ist nicht von vornherein klar. Vermutlich gibt es jedoch genügend Aussagen, die zwar aus einer Behauptung abgeleitet werden können, jedoch nicht nur aus deren Prämissen und den Bedeutungsgehalten der in ihr vorkommenden mathematischen Objekte. Mit anderen Worten ist es denkbar, dass es synthetische Aussagen oder Teiltheorien gibt, während die Mathematik insgesamt analytisch ist. Dies ist aber eher ein Problem der mathematischen Grundlagenforschung als ein philosophisches. Eine Aufgabe der sprachanalytischen Philosophie ist es, die Fachwissenschaften auf Wege aufmerksam zu machen, was hiermit geschehen ist.

II.4 - Theoretische Physik und Modell:

Eine Methode der theoretischen Physik besteht darin, die natürliche Sprache und ihre Begriffe zur Beschreibung der Erscheinungen der Außenwelt derart zu verändern, zu verfeinern und zu präzisieren, dass sie die experimentellen Ergebnisse wiedergibt. Die Sprache selbst bezieht sich nur mit wenigen Begriffen direkt auf außersprachlich Gegebenes. Über sie nur wird eine Theorie über die Außenwelt an die Wirklichkeit angepasst und, ist das geschehen, stimmt die sprachlich formal definierte Wahrheit mit der durch die Tatsachen gegebenen Wahrheit, wie wir sie erkennen können, überein.

1. Wir sehen Gegenstände immer an einem Ort oder wir sehen sie jedes Mal, wenn wir hinsehen, an unterschiedlichen Orten. Der Ort ist ein entscheidender Grundbegriff der Physik, eigentlich ein geometrischer. Wir können verschiedene Orte auf einem Maßstab ablesen, angeben und exakt wiederfinden. Sinnvollerweise werden Zahlen als sprachliche Kennzeichner verwendet, da die Ortsangabe dem Zählen einer Reihe von Einheitsstäben von einem Bezugspunkt aus entspricht. Ein Ort im Raum unserer Anschauung kann durch Koordinaten bezüglich Achsen aus einem Punkt in eindeutiger Weise angegeben werden. Da wir Grundsätzliches betrachten, werden wir uns nur dann mit der Messtechnik beschäftigen, etwa wie der kürzeste Weg vom Bezugspunkt zum Ort zu finden ist, wenn das nötig erscheint. Wir setzen daher voraus, dass es möglich ist, zugleich, gleichzeitig, die Orte zweier Dinge abzulesen, insbesondere den Ort eines Zeigers und den Ort der Zeigerspitze auf einer Uhr.

2. Wir empfinden, dass alles in der Zeit abläuft. Bestimmen wir den Ort eines Teilchens, wiederholen diesen Versuch und stellen fest, dass der Ort derselbe ist, so ist es genau der Ort zu einem anderen Zeitpunkt. Die Zeit ist als Operator auf einer standardisierten periodischen Bewegung definiert, der gemäß den Regeln der Uhrmacherkunst, die auch Digitaluhren einschließt, die Anzahl der Durchgänge durch einen festgelegten Ort oder, allgemeiner, einen festgelegten Zustand, dem Zeitnullpunkt, bestimmt. Unser Vertrauen in die Aussagekraft eines Experiments besteht darin, dass es unabhängig vom aktuellen Wert der Zeit denselben Messwert liefert, wenn es unter denselben Bedingungen im Raum abläuft. Und wenn das nicht der Fall sein sollte, suchen wir nach Veränderungen im Raum, die dieses unterschiedliche Verhalten erklären. Gäbe es Dinge, die sich mit der Zeit verkürzen würden, so suchten wir dafür Gründe im Raum. Tatsächlich verkürzt sich ja der Abstand zwischen Erde und Apfel, wenn letzterer losgelassen wird, und wir schreiben dem Raum aus diesem Grunde ein

Gravitationsfeld zu, lassen aber die Zeit unangetastet. Dass die Dinge noch etwas komplizierter sind, zeigt die Relativitätstheorie. Wir betrachten auf jeden Fall die Welt vor dem Hintergrund der Standardbewegung ‚Zeit', die an jedem Ort abläuft, ohne dass wir entscheiden können, ob sie an jedem Ort gleich abläuft. Da wir aber aus allen Experimenten, die sich allein durch ihren Standort unterscheiden, dieselben Messwerte erhalten oder durch Eigenschaften des Raumes begründen können, dass die Messwerte unterschiedlich sein müssen, und da diese Ergebnisse zeitlich konstant zu sein scheinen, dürfen wir schließen, dass die Menge der Orte und Zeiten jedenfalls so gestaltet ist, dass es keine Unterschiede bei der lokalen Zeitmessung gibt.

3. Jede Längen-, also auch analoge Zeiteinheit lässt sich unterteilen, so dass die Menge aller abbrechenden Dezimalbrüche als sprachliche Kennzeichnung von Ort und Zeitpunkt in genügendem Umfang ausreicht. Dennoch verwendet die Physik die sprachlichen Mittel der Mathematik beispielsweise in Form der reellen statt der rationalen Zahlen oder gar der endlichen Dezimalbrüche. Der Grund liegt in den Entwicklungsmöglichkeiten oder auch der tatsächlichen Entwicklung einer der Physik angepassten Sprache: Sie muss unter Anderem einen exakt definierten Geschwindigkeitsbegriff beinhalten, der wegen mathematisch-technischer Schwierigkeiten bisher nicht auf der Grundlage aller oder gar nur spezieller Brüche erklärt worden ist. Dennoch, die mathematische Spracherweiterung steht zur Verfügung und wird bisher, ohne an interne Grenzen zu stoßen, erfolgreich angewandt.

4. Daher wird $T := \mathbb{R}$ oft als ein sprachliches Modell für die Menge aller Zeitpunkte, $R := \mathbb{R}^3$ als ein Modell aller Orte unseres Anschauungsraumes gewählt, wenn ein Bezugspunkt und Bezugsachsen festgelegt sind. Ist $Z \subset T$ ein Zeitintervall, so stellt eine Funktion $s: Z \to R$ eine oben beschriebene gleichzeitige Zuordnung von Zeit- und Raumpunkten dar, die Bahn eines Körpers oder Teilchens. Wenn im Rahmen der Messgenauigkeit keine Unstetigkeiten festgestellt werden können, so können wir mit s eine unendlich oft differenzierbare, ja oft sogar analytische Funktion annehmen, da solche Funktionen in jedem Wert einer nur stetigen Funktion nach Wunsch beliebig nahe kommen können. Sie bilden die Grundlage einer überaus erfolgreichen Methode der mathematischen Physik, der Störungsrechnung. Messgenauigkeit ist sozusagen eine Äquivalenzrelation auf solchen Funktionen, wo jede Äquivalenzklasse einen analytischen Repräsentanten hat. Geschwindigkeit zu einem Zeitpunkt t ist dann definiert als der Wert seiner Ableitung an dieser Stelle.

5. Zu jeder solchen Definition, die mit Hilfe empirischer Konzepte wie Ort und Zeitpunkt formal gebildet wird, gibt es eine Methode der experimentellen Nachprüfung ihres Wertes. Physikalisch empirische Grundkonzepte sind die Grundgrößen Ort, Zeitpunkt, Masse und An-

zahl, aus denen weitere empirische Begriffe wie Geschwindigkeit, Energie, Drehimpuls und dergleichen abgeleitet werden können. Physikalisch empirisch oder, wenn keine Unklarheit zu befürchten ist, auch nur physikalisch nennen wir alle Begriffe einer Theorie, mit denen die genannten Grundgrößen verbunden sind, die wiederum Variablen auf reellen Zahlen darstellen, die mit den Ergebnissen von umgangssprachlich eindeutig beschriebenen Experimenten belegbar sind. Aufbau und Durchführung der Experimente können durch jedermann verständliche Beschreibungen wie das Ablesen von Zeit- und Ortskoordinaten, aber auch nur einem Fachmenschen zugängliche Ausführungen gegeben sein. Die damit zusammenhängende philosophisch-erkenntnistheoretische Problematik ist nicht das Thema dieser Arbeit und wir verweisen auf [20] Tetens. Wir gehen davon aus, dass im Allgemeinen jede Behauptung, die einen physikalisch empirischen Begriff enthält und die einen damit zusammenhängenden Wert aussagt, in umgangssprachlich beschreibbarer klarer und eindeutiger Weise experimentell auf ihren Richtigkeitsgehalt überprüfbar ist in dem Sinne, dass im Prinzip jeder zeitlich invariante Wert des sprachlich-theoretischen Modells durch ein Experiment wiederholbar reproduziert werden kann, wobei Reproduzierbarkeit ein subtil zu beschreibender experimentell-technischer Begriff ist, der statistische Überlegungen erfordert. Und die Nachprüfung eines zeitabhängigen empirischen Wertes ist prinzipiell auch möglich. Die hier benutzte Wendung „Prinzip“ erfordert aber eine detailliertere Betrachtung:

6. Eine physikalisch empirische Grundgröße einer formalen Theorie ist eine Variable auf $\mathbb{R}$, die auf Ortskoordinaten in der Wirklichkeit (I.1.9), d.h. auf einen gekennzeichneten Ort auf einer realisierbaren Achse, auf einen extern definierten Zeitpunkt, dem Zeigerort einer Uhr, auf eine endliche Anzahl von Körpern, d.h. eine endliche Anzahl untereinander abgrenzbarer Teile der Außenwelt, oder auf eine Körpermasse referenziert, die als Variable mit einem speziellen Körper verbunden sein kann. Die Teile des Raums, in dem uns ein Teilchen oder Körper erscheint, müssen lediglich voneinander abgrenzbar sein. Wir sagen nicht, dass diese Raum-Teile von den Dingen, die die Erscheinung bewirken, ganz eingenommen werden oder dass weitere Eigenschaften der Körper sich nur auf diese Raum-Teile beschränken. Mathematisch ist die einen Körper bezeichnende Variable ein möglicher Verweis auf eine Menge von Orten, im Allgemeinen ein abgeschlossenes und wegweise zusammenhängendes Raumgebiet mit endlichen Durchmesser, es kann also auch ein Punkt, aber es darf auch unendlich oder der ganze Raum sein. Der Körper- oder Teilchenbegriff ist deshalb nötig, weil ein Ort, eine Zeit oder eine Masse einem „Gegenstand“ haben muss, der aber nur durch ein beobachtetes Raumgebiet eingrenzt wird, in dem diese Daten erhoben werden. In der modernen Teilchenphysik tritt an die Stelle der Punktmasse und ihrer Teilchenbahn der Feldbegriff, der Teilchenzustände über den ganzen Raum postuliert, aber dennoch Bewegung lokalisieren kann.

7. ‚Ort' stellt sprachlich eine Variable auf ‚Raum' dar, die ein Nomen ist, das intern auf ein Element in $\mathbb{R}^n$ verweisen kann, aber nicht unbedingt eine empirische Größe ausdrückt, die auf die Welt referenziert. Eine physikalische Theorie muss immer wieder neu mit der Welt unserer Erscheinungen verknüpft werden, indem die darin auftretenden Größen entweder mit einer Anzahl von konkreten Körpern an konkreten Orten und zu konkreten Zeiten verbunden werden, wie das in einem Experiment geschieht, oder mit empirischen Größen anderer Art, die wir mental nennen (Absatz 22). Da die Bestimmung einer Ortskoordinate nicht auf die einer anderen zurückgeführt werden kann, haben wir im strengen Sinne in einer klassischen Theorie fünf physikalisch empirische Grundgrößen, üblicherweise wird aber von drei Grundgrößen gesprochen, der Länge, der Zeit und der Masse, und die Anzahl wird im Gegensatz zu unserer Bestimmung zu einer empirischen auch in der Physik als mathematische Größe aufgefasst unter Anderem deshalb, weil sie experimentell oft ohne Streuung bestimmt werden kann. Es ist sinnvoll, sich auf ein Minimum an Grundgrößen zu beschränken, da eine theoretische Definition, also eine, die auf die Sprachwelt referenziert, genauer ist als eine, die zusätzlich noch Bezug auf Außersprachliches nimmt.

8. Ein <u>empirisches Objekt</u> nennen wir eine Klasse mit einer Charakterisierung (II.1.11) oder ein Objekt mit einer Extension, das mit einer empirischen Grundgröße verkettet ist (II.1.10). Die <u>physikalischen Objekte</u> bilden eine Teilklasse (Absatz 5). Mit einem <u>empirischen Grundobjekt</u> bezeichnen wir <u>elementare</u> empirische Objekte, also solche, die selbst nur Grundgrößen und keine empirischen Objekte enthalten. <u>Empirische Größe</u> einer formalen Theorie heißt eine empirische Grundgröße oder eine Variable auf einem empirischen Objekt. Beispiel für ein physikalisches empirisches Grundobjekt ist die Bahn $s: T \rightarrow R$ des Schwerpunkts eines Körpers, und sein Ort oder seine Geschwindigkeit als Variable auf der Ableitung $s' \subset T \times V$ ($V :=$ die Vektorraumstruktur auf R) ist eine physikalisch empirische Größe, aber keine Grundgröße. Wie alles in diesem Sprachrahmen sind auch empirische Objekte Nomina, die eine Verweiskette auf ein Symbolziel hin bilden (I.2.20), welche durch interne Anweisungen zustandekommt. Da jede physikalische Messgröße mit Hilfe der genannten vier Grundgrößen (Absatz 6) definiert werden kann, ist sie, aufgefasst als Nomen unseres Sprachrahmens, immer mit einer Grundgröße verkettet. Neben dem direkten Bezug mancher Objekte auf die Welt jenseits von Grundgrößen wie beispielsweise des Tachometers, das scheinbar direkt die Geschwindigkeit anzeigt, gibt es auch tatsächlich Objekte oder Größen, die einer unmittelbaren Überprüfung zugänglich sind wie zum Beispiel die Farben, direkt durch Wahrnehmung feststellbar. Sie aber sind gerade die beste Illustration für die Kraft der Beschränkung auf einen Minimalsatz von Messgrößen: Welche Farbe ein Körper ausstrahlt, lässt sich genauer durch Angabe der Frequenz überprüfen, basierend auf den Grundgrößen Anzahl und Zeit.

Gültigkeitsprüfung

9. Eine empirische Aussage liegt vor, wenn sie ein empirisches Objekt enthält (x€A). Einen Sachverhalt nennen wir eine wahre empirische Aussage, die je nach experimenteller Prüfung gültig oder ungültig sein kann. Oft wird er dann auch wahr oder falsch genannt. Jede Behauptung ist aufgrund des Normalformensatzes der Prädikatenlogik äquivalent zu einer quantifizierten Konjunktion oder Disjunktion aus Aussagen der Form $x \in y$ oder $x = y$ ([10] Tuschik, Satz 2.10), da unsere Sprache nur eine Grundrelation $\in$ hat. All- und Existenzaussagen sind zur experimentellen Überprüfung zu spezialisieren. Wenn y Objekt, aber keine Klasse ist, so kommt es sowohl auf die Elementrelation als auch auf die Identität an, ob diese atomaren Aussagen wahr sind. Wenn y empirisches Objekt ist, unterliegt es auch einer empirischen Gültigkeitsprüfung durch Experimente, die zwar nichts an den Wahrheitswerten von Behauptungen über sie ändert, aber den Gültigkeitsbereich einer Theorie, die diese Aussagen enthält, bis hin zu ihrer Untauglichkeit einschränken kann. Die Prüfung einer empirischen Identität wird entweder im Falle von Klassen auf die der Elementrelation zurückgeführt und bezieht sich dann letztlich nur auf Grundgrößen, also auf Orts- oder Zeitkoordinate, Masse oder Anzahl, also Variablen mit Werten in $\mathbb{R}$, wenn sie physikalisch-empirisch sind. Sie kann aber bei anderen Objekten auch rein sprachlich synthetisch (II.2.8) a priori (Absatz 18) beschrieben sein. Im Allgemeinen wird Gültigkeit aber durch Prüfung einer Aussage der Art $x \in y$ entschieden, die die Form $x \in [x_1,x_2]$ hat, so dass in allen Fällen Ungleichungen $x<z$ oder $x>z$ zu bewerten sind, was durch elementare Wahrnehmung beim Ablesen von Anzeigegeräten möglich ist. Wir nennen solche Aussagen elementare Sachverhalte.

10. Ein Sachverhalt, der elementar ist, aber auch Grundobjekte einbeziehen darf, heißt direkt verifizierbar, wenn mindestens ein Wert jeder vorkommenden empirischen Grundgröße durch den Messapparat eines Eichexperiments (s.u.) angezeigt werden kann und zu einer gültigen Spezialisierung des Sachverhaltes mit diesem Wert führt. Diese Werte, ausgenommen Zeitpunkte, müssen jederzeit wiederholbar ermittelt werden können. So sind die Sonnenmasse oder die Zerfallszeit einer Resonanz von der Größenordnung 10^{-24}s, die sich auch mit den schnellsten Uhren nicht messen lässt, nicht direkt verifizierbar. Dieser Begriff ist nur für Grundobjekte und Grundgrößen sinnvoll, für die es Standardexperimente gibt, die zur Eichung, also zur Festlegung der Einheit dienen können und deren Messung sich direkt auf diese Einheit bezieht. Denn andererseits ist es ja möglich, einen Messapparat so zu gestalten, dass aus der Beschleunigungsmessung eines fallenden Apfels scheinbar direkt die Sonnenmasse ablesbar ist. Dahinter stecken dann natürlich eine ganze Gravitationstheorie und weitere Messergebnisse. Diese Bezeichnungen sind außerdem abhängig vom aktuellen Forschungsstand, so dass ‚theoretisch' in etwa dasselbe bedeutet wie „kein Wert der Grund-

größe, bezogen auf ein beschränktes Raumgebiet, ist derzeit direkt experimentell bestimmbar“.

11. Mit einem Experiment, das dann, wenn es überhaupt durchführbar ist, einen von der Theorie gelieferten Wert mit einem experimentellen vergleichen lässt, steht uns ein externes Wahrheitskriterium zur Verfügung, das wir von der sprachlichen Wahrheit mit dem Begriff der Gültigkeit unterscheiden. Die Zeit spielt insoweit eine Sonderrolle, als unsere wiederholenden Experimente zwar unter denselben Bedingungen stattzufinden haben, aber nicht zur selben Zeit stattfinden können, mithin also im strengen Sinne nicht vergleichbare Zustände messen. Wiederholbarkeit bezieht sich also auf alle empirischen Größen, die die Versuchsbedingungen kennzeichnen, außer dem Zeitpunkt. Mathematisch kommt das dadurch zum Ausdruck, dass die Zeit viele empirische Größen parametrisiert, d.h. dass solche empirischen Größen unabänderlich mit Zeitpunkten verbunden sind. Aber es besteht besonderes Interesse an zeitlich unveränderlichen Größen, um mit ihrer Hilfe die Entwicklung der zeitabhängigen vorauszusagen. Die Nachprüfung einer Voraussage kann man im Allgemeinen ja nicht wiederholen, außer wenn sie periodisch oder eben zeitunabhängig ist.

12. Auch Messverfahren, die Werte komplexer empirischer Größen direkt abfragen, ordnen sich dem Schema der direkten Verifizierbarkeit von Sachverhalten unter, da hinter dem Messvorgang eine Theorie steckt, die eine Behauptung über das Auftreten des genannten Wertes in bestimmten Situationen enthält. Durch die Grundaxiome, meist Statistik, dieser Messtheorie erweitert, enthält die neue Theorie neben einer direkt zu messenden Größe eine Aussagenfolge, auf der das Messverfahren für sie beruht und die gemäß der in Absatz 9 besprochenen Reduktion auf elementare Sachverhalte der Messapparatur die zur Weiterverarbeitung bestimmten Werte liefert, mit deren Hilfe sie den Wert der Größe ausgibt, auf die das Experiment abzielt. Die für den zu überprüfenden Wert nötigen elementaren Sachverhalte mit den zugehörigen gemessenen Grundgrößenwerten erlauben also die logisch-mathematisch-statistische Ableitung des ausgegebenen Messwertes. Wenn das Experiment aber zeigt, dass dieser Wert so nicht reproduzierbar ist, anders gesagt, wenn dieser Wert falsifiziert wird, dann gibt entweder die theoretische Grundlage für das Experiment oder die zu überprüfende Theorie die Wirklichkeit nicht korrekt wieder, ist ungültig. Da wir also voraussetzen dürfen, dass jede empirische Theorie per Definition der empirischen Objekte allein durch elementare Sachverhalte formulierbar ist, ist folgende Definition möglich:

13. Ein <u>Sachverhalt ist verifizierbar</u>, wenn er aus direkt verifizierbaren Sachverhalten ableitbar ist. Ein Beispiel für einen verifizierbaren, aber nicht direkt verifizierbaren Sachverhalt ist, dass die Masse der Sonne etwa $2 \cdot 10^{30}$kg beträgt. Dagegen ist der Durchmesser von Strings

weder verifizierbar noch direkt verifizierbar, da er in der Größenordnung von 10^{-35}m, der Planck-Länge, liegt und keine Theorie diesen Durchmesser voraussagt. Im Gegenteil sollen Strings ja bisher nicht ableitbare Eigenschaften „größerer" Elementarteilchen erklären. Ein verifizierbarer Sachverhalt ist gültig, wenn kein direkt verifizierbarer Sachverhalt, der zur Herleitung des auf Gültigkeit zu überprüfenden Sachverhaltes dient, falsifiziert ist. Ein nicht verifizierbarer Sachverhalt, der demnach nicht mit Hilfe irgendeines verifizierbaren Sachverhalts hergeleitet werden kann, heißt theoretisch. Ein verifizierbarer Sachverhalt kann theoretische Objekte enthalten und ein theoretischer Sachverhalt nicht-theoretische Objekte einschließen. Eine widerspruchsfreie Theorie ist gültig, wenn alle ihre verifizierbaren Sachverhalte gültig sind. Insbesondere müssen Theorien gültig sein, auf denen Experimente beruhen, die zur Bestimmung von Werten empirischer Größen in anderen Theorien dienen. Das bedeutet aber letztlich, dass die Fähigkeit von empirischen Theorien, ein Modell für Teile der Welt zu sein, neben ihrer sprachlichen Exaktheit, die logische Ableitungen erlaubt, und ihrer Widerspruchsfreiheit nur auf der Verknüpfung der in ihr auftretenden verifizierbaren empirischen Grundgrößen mit der Welt gründen. Wir brauchen nichts über komplizierte Strukturen der Welt zu wissen, um die Gültigkeit unserer Theorien zu überprüfen. Unsere Theorien, von den einfachsten bis hin zu denjenigen, die nur deswegen möglich sind, weil sie sich auf ein Netz von zusammenhängenden Theorien stützen, geben die komplizierte Struktur der Welt wieder, obwohl wir von den Erscheinungen der Wirklichkeit nur die einfachsten für unsere Theorien verwenden, nämlich die Unterscheidbarkeit von Teilen der Welt und die Bestimmung von Orten in diesen Teilen. Damit ist ein widerspruchsfreies mathematisches Modell, das verifizierbare empirische Größen enthält, so lange gültig, bis eine seiner Aussagen zu experimentellen Widersprüchen führt.

14. Die Entscheidung, wann und unter welchen Voraussetzungen das der Fall ist, ist ein Thema für sich, das hier nicht behandelt wird. Eine Theorie, die so ausgefeilt ist, dass sie Streuungsintervalle und Wahrscheinlichkeiten enthält, ist sowohl weniger leicht falsifizierbar als auch leichter korrigierbar. Mit diesen Überlegungen sollte es möglich sein, ein formales Maß für die Güte, die Richtigkeit (Goodman) einer Theorie zu gestalten, keine einfache Forschungsaufgabe. Um den Gültigkeitsbegriff auf die bisher übliche Weise zu definieren, wäre der Begriff des Modells, einer Struktur des zu beurteilenden Objektes, das in der Physik oder Metaphysik die ganze Welt sein kann, unverzichtbar. Parametrisierte Aussagen über diese Struktur sind dann gültig, wenn die Behauptungen für die speziellen Werte, die das Modell für die Parameter liefert, wahr sind (vergl. [20] Tetens, 3.5). Wir gehen den umgekehrten Weg, da wir weder in der Mathematik noch in der Physik voraussetzen wollen und können, dass wir Kenntnisse über Strukturen der Welt besitzen, aus denen wir Daten zur Gültigkeitsbewertung damit spezialisierter Aussagen schöpfen; denn die Beschreibung einer solchen

Struktur kann nur wieder sprachlich vorgenommen werden, wenn sie einer Datenentnahme dienen soll, die den hier geforderten Ansprüchen an Präzision gerecht werden kann. Damit aber muss sie innerhalb des Sprachrahmens erfolgen und ist dann selbst eine Menge formalisierter exakter Aussagen, eine Theorie, oder sie wird rein umgangssprachlich beschrieben, womit sie nach Art der Carnapschen Protokollsprache ([8.3]) gestaltet sein könnte. Der erste Weg ist aus denselben Gründen, die für die Mathematik durch den Gödelschen Unvollständigkeitssatz (II.3.14) das Mengenuniversum als Modell zur eindeutigen Feststellung von Wahrheit ausschließen, nicht begehbar: Eine Theorie kann nicht mit ihren eigenen Mitteln ihre Gültigkeit feststellen. Der zweite ist zu unpräzise (vergl. Absatz 8).

15. Daher können manche Teile der Sprachwelt wie Mathematik oder in natürlicher Sprache ausgedrückte Ausschnitte der Welt wie physikalische oder ontologische Beschreibungen kein Modell für exakte Gültigkeitsprüfungen eben dieser Weltenteile sein. Hinzu kommen bei den Letztgenannten unverzichtbare Bezüge auf Außersprachliches, die dann nur präzise genug sind, wenn es durch einfache, klare und eindeutige Beschreibungen und Anweisungen denotierbar ist, die außerdem, um die Wahrscheinlichkeit eines Missverständnisses zu minimieren, von möglichst geringer Zahl sein sollten. Ein klassisches Modell, das eine umfassende komplizierte Strukturbeschreibung ist, kann diesem Anspruch nicht gerecht werden. Wir verwirklichen ihn, indem wir Gültigkeitsprüfungen direkt in einer Theorie an beliebigen Aussagen zulassen, wenn sie, was das Physikalische angeht, allein die physikalischen Grundgrößen, die Orts-, Zeit-, Massen- und Anzahlvariablen der Theorie betreffen. Wir verwenden bei dieser Beschränkung die Tatsache, dass jede physikalische Größe mathematisch durch die Grundgrößen definierbar ist, deren Werte daher immer direkt oder indirekt auch die abgeleiteten Messgrößen festlegen. Auch wenn physikalische Experimente im Allgemeinen auf dem schon aufgespannten Theoriennetz basieren, das nur Klassenobjekte enthält, wie wir im Einklang mit der üblichen mathematischen Beschreibung voraussetzen, sind sie prinzipiell durch Experimente ersetzbar, die allein die Gültigkeit der atomaren Aussagen erfragen, der elementaren Sachverhalte, die die Grundgrößen betreffen, aus denen die Behauptungen der Theorie zusammengesetzt sind.

16. Verifizierbare Sachverhalte erfassen die Außenwelt an der Oberfläche der Erscheinungen, theoretische empirische, d.h. nicht aus direkt verifizierbaren Sachverhalten herleitbar, gehen teilweise oder ganz darüber hinaus. So ist die Masse der Sonne ein Begriff, der sich zwar auf die direkte Erscheinung der Sonne als Körper bezieht, aber ihre Masse selbst war eine theoretische Größe, die dann berechenbar und damit verifizierbar wurde, als Newton seine mit anderen Beobachtungen verträgliche Theorie präsentierte. Dagegen sind ein schwarzes Loch oder der metallische Erdkern rein <u>theoretische Objekte</u>, das sind solche

empirischen Objekte, für die alle sie definierenden Sachverhalte theoretisch sind (Absatz 10). Dennoch können Sachverhalte über theoretische Objekte verifizierbar sein, wenn sie aus anderen abgeleitet werden können. So ist die Masse, die Anzahl, der Schwerpunkt des Körpers ‚metallischer Erdkern' verifizierbar, obwohl er selbst ein theoretisches Objekt ist. Stattdessen wäre es sicher auch möglich, im Erdkern tausend Teufel anzunehmen, die ihrer Hölle genügend Gewicht und ihrem Rand geeignete Reflexionseigenschaften für Erdbebenwellen verliehen haben; möglich zwar, aber nicht sinnvoll, weil derartige Vorstellungen im Gegensatz zu einer flüssigen Metallkugel bisher nirgendwo sonst in der Wirklichkeit auftreten, keine empirischen Objekte sind. Das Innere des Erdkerns ist also, wie im Prinzip auch ein Teufel, ein theoretisches Objekt. (Für den völlig anderen klassischen Ansatz vergl. [20] Tetens, 2.2.)

17. Vorstellungen möchten sich die Menschen von der Welt machen, auch wenn sie nicht direkt empirisch zu klären sind. So nimmt man sogar lieber ein konfliktreiches Bild in Kauf, als ganz auf es zu verzichten, wie man es selbst mit dem nicht-empirischen Mengenbegriff der Mathematik erleben kann, dessen Vorstellungsgehalt nützlich, aber logisch nicht relevant ist. Vorstellungen kann und sollte man sich dann machen, wenn die damit verknüpften Begriffe sich nicht auf sie stützen. Insofern gibt es viele gute und gut gesicherte Gründe, mit dem Begriff des metallischen Erdkerns die Vorstellung zu verknüpfen, er bestehe innerlich aus Metallen, oder mit dem eines schwarzen Loches, es sei ein Loch mit besonderen Eigenschaften im Inneren. Zwingend ist es nicht und ein sprachlicher Ausdruck für dieses Phänomen ist der des theoretischen Objektes. Theoretische Größen und damit verbundene Vorstellungen sind nicht endgültig und bindend so und nicht anders, sondern sie behalten immer eine durch die Erfahrungsänderungsmöglichkeit bedingte Unsicherheit bzw. ihre Subjektivität. Hatte man von einem Atom lange die Vorstellung der homogenen Materieverteilung, so musste man sie aufgrund von Erfahrungstatsachen aufgeben. Fundierte Theorien und Begriffe werden zwar nie ihre Bedeutsamkeit verlieren, sie werden aber möglicherweise durch völlig neue Begriffe, verfeinerte Theorien und Experimente abgelöst und damit in eine relative Bedeutungslosigkeit geschoben. Gesicherte Erkenntnis und relevante Vorstellungen über die Welt jenseits der Erscheinungen gibt es nicht. Wahre Aussagen, in denen verifizierbare Sachverhalte auftreten, sind immer auf irgendeine Weise empirisch überprüfbar.

18. Eine Theorie mit verifizierbaren Sachverhalten nennen wir <u>Theorie a posteriori</u>. Sie erlaubt also Aussagen über die Welt, die als Einzelaussagen nicht alle direkt verifizierbar zu sein brauchen. Die Welt kann also unter den Voraussetzungen einer Theorie bestimmt werden, die empirische Prüfstellen besitzt und die deswegen in der Erfahrung, a posteriori, begründet ist. Ein verifizierbares Urteil heißt <u>Aussage a posteriori</u>, wenn es eine bezüglich der

empirischen Grundobjekte irreduzible (II.1.24) Theorie a posteriori gibt, in der es enthalten ist. Eine Aussage a priori ist demnach eine solche, die nur aus nichtempirischen oder theoretischen empirischen Sachverhalten ableitbar ist. Aussagen mit empirischen Begriffen sind grundsätzlich synthetisch, da zwar ihr Wahrheitswert aus ihrer formalen Bedeutung, wie sie in II.2 definiert ist, folgen kann, jedoch nicht ihre Gültigkeit, die wir hier in Erweiterung des Bedeutungsbegriffes für empirische Aussagen per Definition als eine zusätzliche Bedingung für Analytizität auferlegen. Daher ist eine Aussage dann synthetisch a priori, wenn zu ihrer Herleitung immer theoretische Aussagen nötig sind, die nur theoretische empirische Objekte enthalten. Als Beispiel nennen wir die Aussage, dass jeder Körper innerhalb des Schwarzschildradius eines zweiten Körpers in Richtung der Singularität beschleunigt wird. Tatsächlich lässt sich diese Aussage ja nicht überprüfen, weil sie ja impliziert, dass keine materielle Information die Schwarzschildgrenze überqueren kann, was wir zwar möglicherweise durch die Aussage, dass von jenseits nichts emittiert wird, experimentell untermauern können, jedoch gibt es keine Möglichkeit weitergehende Aussagen zu überprüfen.

19. Damit haben wir einen veränderten Versuch gewagt, das reduktionistische Programm des Wiener Kreises durchzuführen ([8.3.] Carnap). Es beschränkt sich allerdings auf die formalen Aussagen in unserem Sprachrahmen und wird ausdrücklich nicht auf alle umgangssprachlichen Äußerungen angewandt, die ja viel zu unpräzise sind, um der Hoffnung auf Reduktion auf Grundaussagen Platz zu geben. Im Gegenteil sind wir überzeugt, dass solch eine Reduktion in ungenügend formalisierten Sprachen gar nicht möglich ist. Der Erfolg unseres Reduktionsprogramms liegt auch entscheidend daran, dass wir die Menge der mit den Protokollsätzen des Wiener Kreises vergleichbaren Basisaussagen radikal auf die atomaren Sätze der formalen Sprache beschränkt oder in den elementar verständlichen Teil der natürlichen Sprache verbannt haben, die, was den Bezug auf die Wirklichkeit betrifft, allein die wenigen genannten empirischen Grundgrößen verwendet. Daher ist „das ist rot“ ([8.3] Carnap, 3.) für uns kein Elementarsatz, obwohl er einen elementaren Wahrnehmungsgehalt ausdrückt, sondern er muss, um in solche Sätze zerlegbar zu sein, mit Hilfe empirischer Grundbegriffe umformuliert werden, in diesem Falle mit Zeit und Anzahl als Komponenten der Frequenz, Ort und Zeit als Lokalisierung der Roterscheinung. Die Probleme der Verknüpfung von Beobachtungs- und formaler Sprache (vergl. [22] Stegmüller, III) treten daher hier nicht auf, und wegen der strikten Trennung des in unserem Sprachgerüst auftretenden elementar Verständlichen vom Formalen innerhalb unseres Sprachrahmens versuchen wir auch nicht, formale Sprachanalyse wie die Unterscheidung des Analytischen vom Synthetischen in unserem Sprachgerüst zu betreiben (vergl. aber [22] III.3.3). Wir beschränken uns außerdem in dieser Arbeit zunächst auf eine einzige formalisierbare mentale Grundgröße, die personelle Identität (Absatz 23). In III.2 kommen wir auf das Problem des Mentalen zurück.

20. Die Verifikation der Aussagen ist damit im Prinzip auf einfachste Wahrnehmungsverrichtungen beschränkt, nämlich letztlich das Unterscheiden von Unterscheidbarem und dessen Benennung, also Zuordnung von Symbolen. Das gilt für das Zählen genauso wie für das Ablesen von Orten auf einem Maßstab, wozu auch eine Uhr und eine Massenwaage gerechnet werden kann. Was aber, wenn die unverzichtbare Grundvoraussetzung der Unterscheidbarkeit von Einzelnem nicht zu gelten scheint: „Wenn es für die Quantenmechanik keine Grenze gibt, dann sind alle Elemente dieser Welt durch Verschränkung miteinander verbunden. Dann aber gäbe es weder mikroskopisch noch makroskopisch einzelne Dinge mit definitiven Eigenschaften, an denen sich aber unsere ganze Begriffsbildung orientiert. Die Quantenmechanik würde dann ihren eigenen Voraussetzungen widersprechen“ ([23] Mittelstaedt, Buchrezension). Wie wir an den unterscheidbaren Symbolen unserer Sprachwelt erkennen, ist die Allaussage in dem Zitat zu scharf formuliert. Obwohl die physikalischen Objekte, die die Sprachsymbole bilden, möglicherweise verschränkt sind, können wir doch Einzelteile unterscheiden, weil die Wahrscheinlichkeit einer unterschiedlichen Wahrnehmung eines Grundzeichens, eines Buchstabens in einem Satz oder einer Theorie beim zweimaligen Lesen so gering ist, dass wir dämonische Interferenzen nicht in Betracht zu ziehen brauchen. Dasselbe gilt auch für das Ablesen von makroskopischen Anzeigen. Aber es ist grundsätzlich weder logisch noch physikalisch-empirisch auszuschließen, dass uns ein böser Dämon, so unwahrscheinlich es ist, jahrtausendelang täuscht.

21. Keine Täuschung ist jedoch die Problematik der gleichzeitigen Feststellbarkeit von Ort und Geschwindigkeit oder Zeit und Energie für Mikroobjekte. Nach unserer Definition liegt auf verifizierbaren empirischen Größen jedoch nicht die Bedingung der gleichzeitigen Überprüfbarkeit aller auftretenden Grundgrößen. Dies kann eine Theorie durch ihre Begrifflichkeit allerdings fordern, wie das Beispiel der Geschwindigkeit zeigt. Das Problem ist dann jedoch nicht die gleichzeitige Ablesbarkeit von Orts- und Zeitanzeigen an makroskopischen Geräten, sondern die durch die Wirklichkeit gegebenen Tatsachen selbst: Mit der Ortsmessung ist bei Beschränkung der Bewegungsfreiheit von Mikroobjekten eine Erhöhung der Geschwindigkeit verbunden, wenn wir die klassische Ausdrucksweise bevorzugen, oder ein Quantenobjekt ist über den Raum verschmiert, wenn wir die modernere Redeweise verwenden. Ein Punktteilchen werden wir also nie an einem Punkt des Raumes antreffen, auch wenn wir es immer mehr in seine Nähe zu zwingen versuchen, was uns aus demselben Grunde prinzipiell nicht gelingen kann, weil wir dazu nur aus genau solchen Teilchen bestehende Mittel haben. Das sind feststellbare Fakten, die nicht die hier aufgestellten Definitionen des Apriori oder Aposteriori erschüttern, sondern nur Zweifel säen an der Angemessenheit klassischer mathematisch-physikalischer Begrifflichkeit.

Mentale Größen

22. Wir nennen Wahrnehmung bewusste Anschauung im kantschen Sinne. Der Wahrnehmungseindruck kann auf Sinnenempfindung wie dem visuellen Bild, innerer Empfindung wie dem Schmerz oder einer unmittelbaren Vorstellung wie der der Bewusstheit beruhen. Der Informationsfluss geht von Gegenständen der äußeren Realität, zu der Teile des Körpers des Subjektes (I.1.3) gehören, in den Teil des Gehirns, der das Subjekt ausmacht und in dem wir die subjektive Empfindung, das subjektive Denken und die subjektive Anschauung lokalisieren. Sie ruft nach Kant ([17], §8) eine Vorstellung, so wie sie unmittelbar von der Gegenwart des Gegenstandes abhängen würde, in dem Subjekt hervor. Da diese Entitäten auch innerhalb des Gehirnes liegen können, können Wahrnehmungen auch erfahrungsunabhängig sein, a priori im weiteren kantschen Sinne, während wir uns wegen der höheren Präzision der Begriffsbildung unseres Apriori auf Theorien innerhalb unseres Sprachrahmens begrenzen. Wir beschränken mentale Wahrnehmung auf die Anschauung von Gegenständen, die innerhalb der Physis des Subjektes liegen, jedoch nicht durch die klassischen Sinne vermittelt werden. So haben wir vom eigenen roten Blut eine Sinnen- und physikalische Wahrnehmung, die Rotempfindung selbst ist aber mental, da sie beispielsweise auch durch Nervenreizungen hervorgerufen werden kann. Wir nennen eine Größe eine mentale Grundgröße, wenn sie mit elementarer mentaler Wahrnehmung verbunden werden kann.

23. Es gibt mindestens ein mentales empirisches Objekt, das nicht in dem hier definierten Sinne physikalisch (Absatz 5), allerdings auch theoretisch ist: die personelle Identität, die wir in II.5.12 beschreiben. Ihre Nicht-Verifizierbarkeit liegt an der mangelnden Intersubjektivität dieser Größe. Die Tatsache, dass jedes menschliche Individuum jeweils seine eigene Identität erlebe, jedoch sonst niemand, ist deswegen jedoch kein Einwand gegen seine Brauchbarkeit, weil diese Subjektivität genauso für das Erfassen physikalischer Objekte gilt, da die eigenen Sinne eben nur mit dem eigenen Gehirn verbunden sind, die eigenen Empfindungen nur in ihm stattfinden. Vielleicht wird das in der Zukunft ja einmal anders. Dieser Mangel hat aber nicht davon abgehalten, sich über das Erlebte zu verständigen und richtige Theorien über die Außenwelt, die ja alles außer einem Teil des eigenen Zentralnervensystems enthält, zu entwickeln. In Falle der personellen Identität lässt sich vermutlich eine intersubjektive Verständigung über die externe Beschreibung dieses Begriffes erreichen, aber die Beschreibung einer eindeutigen Verifizierungsmethode dieser Grundgröße nach der Art, wie man Zeigerstellungen abliest, scheint nicht möglich. Daher ist die personelle Identität ein theoretischer mentaler empirischer Grundbegriff.

24. Es ist nicht ungewöhnlich, über Dinge reden zu können, die nur eigenes Erleben betreffen. Über das Farberleben beispielsweise können empirische Aussagen gemacht werden wie etwa, dass seine Wahrnehmung dasselbe Ergebnis hat wie die eines bestimmten Rots in einer Blickrichtung, in der ein roter Körper lokalisiert werden kann. Daher ist die mentale Größe, einen inneren Farbeindruck wahrzunehmen, genauso vollständig beschreibbar, wie Orts- oder Anzahlwahrnehmungen, auch weil er durch andere Subjekte bestätigt werden kann. Das Problem ist die Intersubjektivität: Lässt sich die betreffende Erscheinung in einem normalen Erwachsenen immer durch Beschreibung oder Beispiel hervorrufen? Wenn jemand den Farbeindruck eines Individuums bestimmen will, den ein Körper außerhalb hervorruft, so ist das auch für einen Blinden möglich, da er sich auf Frequenzmessungen stützen kann. In einem ebenso günstigen Fall sollte ein mentaler Gottesbegriff in der Lage sein, einem Glaubensblinden einen Teil dieser Wirklichkeit zu vermitteln, ein mentaler Bewusstseinsbegriff in jemandem, dem das Leben und das eigene Erleben selbstverständlich ist, eine Erscheinung hervorrufen, die ihm den Unterschied zwischen dem Bewusstheitszustand einer Fledermaus und einem Menschen verdeutlicht ([24] Nagel). Von einer solchen Theorie scheinen wir doch weit entfernt, wenngleich die Differenzierung des Bewusstseinsbegriffes in der Psychologie und die Entwicklung weiterer den Geist kennzeichnenden empirischen Bezeichnungen und zugehöriger Überprüfungsmethoden sehr große Fortschritte gemacht haben.

25. Zu den mentalen Begriffen zählen üblicherweise alltagspsychologische wie ‚Traum' oder ‚Schmerz' oder ‚Traurigkeit' oder ‚Angst', aber auch ‚Erinnerung' an Bestimmtes. Allen diesen ist aber gemein, dass sie generell nicht zeitlich konstant sind wie die personelle Identität, wenngleich auch alle an das normale Funktionieren des Körpers eines Lebewesens gebunden sind und auch nicht ewig bestehen bleiben. Obwohl wir solche Einschränkungen auch in der physikalischen Welt haben, wo zum Beispiel die Masse der Sonne eine in „menschlichen Maßstäben" konstante Größe bleibt, obwohl sie sich ständig verringert, ist das ein Hinweis, dass die genannten Begriffe sich nicht als mentale Grundgrößen eignen, auf die wir alle mentale Begrifflichkeit reduzieren könnten. Die genannten Begriffe sind außerdem über den im in Absatz 6 definierten Sinn hinaus nicht empirisch, weil eindeutige und präzise Methoden fehlen zu entscheiden, ob ein Körper Schmerz empfindet oder träumt, traurig ist oder Angst hat. Mit den von Wittgenstein ([3], 300f) vorgebrachten Kriterien kann man sicher eine brauchbare, aber keine präzise Entscheidung treffen. Die bildgebenden Verfahren der Neurowissenschaft scheinen in 2005 auch noch keine eindeutige Abgrenzung psychischer Zustände zu erlauben. Dennoch wären sie auf diese Weise verifizierbar im Sinne von Absatz 10, wenngleich die Exaktheit eines Eichexperiments für ‚Schmerz' oder ‚Freude' längst noch nicht die Präzision und Eindeutigkeit der physikalischen Grundexperimente erreicht. Der Ansatz der Identitätstheorie ([25] Beckermann, 5.0), jedoch mit der hier verfolgten Methode (s.

II.5.), die mentalen Begriffe als sprachlich aufzufassen und empirisch als Gehirnzustände zu definieren, als Menge von bestimmten Messwerten, als ein Skalarfeld auf einem physikalischen Körper, ist dann aber physikalisch empirisch, ist „naturalisiert", und dem semantischen Physikalismus nach Carnap zuzuordnen ([25], 4.0f). In unserem Sprachrahmen stimmen diese beiden Ansätze im Grundsätzlichen überein. Sollten sie zu einer formalen exakten gültigen Theorie führen, die erfolgreich die beobachteten Phänomene wiedergibt, wäre das Mentale physikalisch reduzierbar.

26. Dennoch gibt es unter dem Stichwort ‚Subjektivität' schwerwiegendere Unterschiede, auch die Art des Eichexperiments betreffend, welche wir durch eine klassische Begriffsanalyse vorläufig zu fassen versuchen: ‚k sieht Rot' wird man dadurch verifizieren, dass man die in bestimmten Frequenzbereichen auf k gerichtete Strahlungsintensität misst, für ‚k empfindet Schmerz' wird man Intensitätsverteilungen in bestimmten Gehirnbereichen von k festzustellen trachten. Im Allgemeinen ist die erste Aussage ortsabhängig, die zweite aber bei nicht außergewöhnlichen Umständen keinesfalls. Daher wir die erste Behauptung als Beleg für eine Außenwelt, die man sprachlich-ontologisch allerdings schon voraussetzt, die zweite für eine Innenwelt angesehen. Von Subjektabhängigkeit würden wir zwar im letzten Fall immer, aber im ersten nur dann sprechen, wenn die Roteinstrahlung auf k unabhängig vom Ort auftritt. Subjektivität der ersten Äußerung aber würde sich dadurch zeigen, dass keine Einstrahlung nachgewiesen werden kann, Subjektivität der zweiten, so müssen wir konsequent feststellen, wenn das das Gehirn des Behauptenden betreffende Experiment kein einen Schmerz anzeigendes Ergebnis liefert. Wenn im ersten Falle genügend viele Personen glaubhaft machen, dass eine Rotempfindung unter bestimmten Voraussetzungen erlebt wird, ohne dass eine äußere Strahlung zu messen ist, so wird man die Ursache dieser Empfindung im Gehirn suchen. Wenn im zweiten Falle genügend viele Personen behaupten, dass sie unter bestimmten Umständen Schmerzen erleben, ohne dass ein Gehirnzustand messbar wäre, der damit korreliert ist, dann sind nur die genannten Umstände mit der Äußerung des Schmerzzustandes verbunden. Dann also ist er semantisch von der Beschreibung der Umstände abhängig, was in unserem Sprachrahmen heißt, dass die Bezeichnung des Zustandes extern auf die kennzeichnenden Umstände verweist. Nur diesen Fall lassen wir für mentale Grundgrößen zu, alle anderen Beschreibungen der Grundexperimente sind physikalisch.

27. Wenn m eine mentale Grundgröße ist, also vergleichbar mit den physikalischen des Ortes, der Zeit, Anzahl und Masse, dann kann ihr Wert möglicherweise wie die Masse zum Beispiel in Relation gesetzt werden zu einem Körper, einem physikalischen Objekt: k hat den Zustand m, wenn das Eichexperiment mit k den Wert m liefert. Der unmissverständli-

che Bezug auf k kann auf unterschiedliche Weise verwirklicht werden, er muss nur exakt genug sein, um unter denselben Umständen immer denselben Wert hervorzubringen. Mentale Zustände sind aber meist so komplex, dass sie nicht sprachlich durch Charakterisierungen erfasst werden können ([25] Beckermann, 4.2.1). Wir dürfen also nur solche als Grundzustände ansehen, die eindeutig gekennzeichnet werden können. Ein mentales Objekt ist dann ein empirisches Objekt (Absatz 8), das mit mindestens einer mentalen Grundgröße verkettet ist. Das ist eine Definition eines mentalen Objektes, die scheinbar dem genannten Befund in [25] widerspricht. Da wir aber nicht davon ausgehen, dass wir schon wissen, was mentale Zustände wie Schmerz oder Rotempfindung sind, sondern Theorien ermöglichen wollen, die, schrittweise zu verbessern, Teile der mentalen Wirklichkeit in verifizierbarer Weise wiedergeben, sehen wir keine andere Möglichkeit, als das Vorgehen der Physik zu kopieren. Man muss sich dann allerdings zunächst mit einem Modell vielleicht der Art begnügen, die mentale Landschaft sei auf einer Scheibe angesiedelt und nicht auf einer Kugel.

Modelle

28. Eine jede auf unserem Sprachrahmen bauende formale Theorie der Wirklichkeit wird empirische Grundgrößen definieren müssen, die direkt ohne Theorie durch Handlungsanweisungen verifizierbar sind, und alle weiteren empirischen Größen können sprachliche Zusammensetzungen aus diesen Grundgrößen sein, wodurch auch zum Ausdruck kommt, dass zur Bestimmung ihrer Werte die experimentelle Auswertung der zugehörigen Grundgrößen nötig und ausreichend ist, sei es nach dem Experiment bei der Auswertung oder während des Experiments durch die Art seines Aufbaus, direkt oder indirekt, automatisiert oder nicht. Lässt sich eine zunächst als Grundgröße definierte empirische Größe auf die anderen zurückführen, so kann man sie in der verwendeten Theorie als empirische Größe ansehen, die nicht zu den Grundgrößen zählen muss. Wir gehen davon aus, dass jedem Modell der Wirklichkeit ein minimaler Satz von Grundgrößen zugrundeliegt, deren physikalischer Teil üblicherweise in den Orts- und Zeitkoordinaten, der Masse und der Anzahl besteht, die sich auf die Erscheinung eines Körpers an einer Menge von Orten beziehen, die im Allgemeinen als wegweise zusammenhängende Teilmenge eines lokal koordinatisierbaren geeigneten mathematischen Objektes aufgefasst wird.

29. Schon die Wahl des geeigneten sprachlichen Raum-Zeit-Objektes R zur Aufstellung eines Wirklichkeitsmodells ist philosophisch und physikalisch bedenkenswert (vergl. [20] Tetens, 4.2.3). Üblicherweise wird für die Raumzeit R eine reelle endlich dimensionale differenzierbare Mannigfaltigkeit, speziell $R = \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}$, angenommen in Bezug auf definierte Raum- und Zeitpunkte. Für jede Grundgrößenart ist ein zusammenhängendes Intervall definiert, das den Messbereich angibt, wo die Grundgröße also direkt verifizierbar ist. Für die Zeit mag es von 10^{-15}Sekunden bis zu einigen Jahren reichen, jede andere Zeit ist nur theoretisch berechenbar. Anzahlen können wir empirisch neuerdings sicherlich mit einigen Milliarden oder noch einigen Zehnerpotenzen mehr, wenn genügend Zeit vergeht, erfassen.

30. Ein <u>Modell der Wirklichkeit</u> ist eine Theorie a posteriori in unserem Sprachrahmen. Darunter fallen mit <u>physikalischen Modellen</u> solche, die nur physikalische empirische Begriffe enthalten, von denen die Grundgrößen allein den philosophisch relevanten Bezug zur Außenwelt herstellen. Von dort erhält eine empirische Theorie eine zu ihren internen Bezügen (Kohärenz) zusätzliche externe Bedeutung (Korrespondenz). Modelle der Wirklichkeit sind im Allgemeinen Theorien, in denen viele Variablen erst durch Experimente auf ein mehr oder weniger schmales Intervall begrenzt werden, durch die sie erst zu dem werden, was sie leisten sollen: die Beschreibung unserer Welt. Durch diese Variablen parametrisierte Theorien sind a posteriori aber im Allgemeinen nicht gültig. Wir nennen sie Wirklichkeitsmodelle für

mögliche Welten. Als Modell für unsere Wirklichkeit können wir beispielsweise das Modell zählen, das in einer Theorie, die empirische Größen zur experimentellen Bestimmung offenlässt, die Parameter mit den Mittelwerten der sie betreffenden Messungen belegt. So können wir die Gravitationskonstante der Newtonschen Theorie als mögliche-Welten-Parameter ansehen. Diese Auffassung präzisiert den Begriff der möglichen Welt, da philosophische Schlüsse aus natürlichsprachlichen Beschreibungen möglicher Welten meist ebenso gute Gegenargumente nach sich ziehen, die dann in einer unaufgelösten Remis-Stellung verharren. Es bleibt dort das alte Problem der mangelnden Sprachpräzision bestehen, während die eben genannte Definition möglicher Welten zwar substanzielle Behauptungen nicht so leicht ermöglicht, aber dann um so leichter konstruktive Argumente.

31. Als Beispiel einer Präzisierung im Zusammenhang mit dem Begriff der möglichen Welt formalisieren wir den Konjunktivus irrealis in Form kontrafaktischer Konditionale: Entsprechend unserer obigen Definition heißt ein ungültiger verifizierbarer Sachverhalt kontrafaktisch. Eine gültige Theorie über unsere Wirklichkeit enthält also keine kontrafaktischen Behauptungen. Sei W eine Menge sogenannter möglicher Welten, auf der eine Abstandsfunktion d definiert ist, und es gebe eine ausgezeichnete Welt, die ‚unsere Welt' genannt wird. Das kontrafaktische Konditional zweier durch W parametrisierter Aussagenfamilien $A(v)$ und $B(v)$ in ‚Aussage' in Bezug auf eine Welt w, die unsere Welt sein kann, ist festgelegt durch

∀w∈W (‚A□→B'(w) := ∀u∈W (A(u) ⇒ ‚B(u)∧∀v∈W(‚¬(A(v)⇒B(v))' ⇒ ‚d(v,w)>d(u,w)')')).

Das ist die Formalisierung der umgangssprachlichen Sprechweise, dass A□→B wahr ist (in w), wenn es überhauptkeine möglichen A-Welten gibt oder eine A-Welt, in der auch B gilt und sie näher an w herankommt als irgendeine A-Welt, in der B nicht gilt (nach [27] Lewis). Offenbar folgt ‚A□→B'(w) ⇒ ‚A(w)⇒B(w)', aber nicht ‚A(w)∧B(w)' ⇒ ‚A□→B'(w), wogegen aber in ([27], kontrafaktische Konditionale und …) zu lesen ist: „aus A und B zusammen folgt A□→B". Hieran zeigt sich wieder einmal, dass eine umgangssprachliche Äußerung nicht für jeden verständlich sein muss, was hier zu einer für Lewis' Absichten unangemessenen Formalisierung geführt haben kann.

32. Mit den empirischen Modellen der Wirklichkeit haben wir Beschreibungen möglicher Welten, und wir behaupten, dass es darunter keine Welt gibt, die als „die" Wirklichkeit bezeichnet werden kann. Wir dürfen nicht den Versprechungen der natürlichen Sprache trauen, wir hätten es mit der einen wirklichen Welt zu tun, die genauso ist, wie wir sie beschreiben, wenn wir von der Wirklichkeit reden. Daher können Tatsachenaussagen in unserem Sprachrahmen nicht die übliche Bedeutung haben. Wir definieren eine Tatsache als wahre empirische Aussage, die, wenn sie einer gültigen irreduziblen Theorie a posteriori (Absatz 18) angehört,

eine Beschreibung der Wirklichkeit darstellt. Eine Tatsache ist singulär, wenn sie allen Grundgrößen, die sie bilden, feste Werte zuordnet, im anderen Fall heißt sie Gesetzesaussage. Enthält eine Theorie T über unsere Welt w sowohl singuläre S als auch Gesetzesaussagen $G \neq \emptyset$ als Prämissen oder Axiome, so nennen wir eine in ihr enthaltene Aussage B aufgrund dieser Prämissen nomisch von einer solchen A abhängig, wenn ‚$A \Rightarrow B$'$\in T$ gilt, aber wenn die Implikation nicht allein aus S herleitbar ist. Sind alle die genannten Aussagen durch eine Familie von möglichen Welten parametrisiert und gilt, dass ‚$A \Box\!\!\rightarrow C$' in w für jedes $C \in S \cup G$, was Lewis kontrafaktische Unabhängigkeit der Aussage C von A nennt, und gilt außerdem, dass B nomisch aufgrund $S \cup G$ von A abhängig ist, dann gilt $A \Box\!\!\rightarrow B$. Beweis: Sei $A(u)$ wahr für eine Welt u. Wegen der nomischen Abgängigkeit der Aussage B von A ist B immer dann aus $S \cup G$ herleitbar, wenn A wahr ist. Daher ist $B(u)$ wahr und deshalb kann $A(v) \Rightarrow B(v)$ nie falsch sein, womit $A \Box\!\!\rightarrow B$ bewiesen ist. Für unseren Beweis haben wir nun die Lewissche Voraussetzung der kontrafaktischen Unabhängigkeit der C's von den A's nicht benötigt, so dass wir erneut argwöhnen, die Präzisierung nicht im Sinne Lewis' geleistet zu haben. Wir bringen dieses Beispiel dennoch als eines, das die Notwendigkeit der Formalisierung abstrakter Aussagen in der Philosophie überdeutlich vor Augen führt.

33. Die mögliche-Welten-Menge W kann beispielsweise aus den erwähnten parametrisierten Wirklichkeitsmodellen bestehen und der Abstand zwischen ihnen durch die Abweichung vom aktuellen Mittelwert der Messungen definiert sein. Nicht nur hieran wird deutlich, dass die Rede von der wirklichen Welt nur eine sprachliche Form ist, mit der eine Annäherung an „die Wirklichkeit", wie wir sie wahrnehmen (Absatz 21), versucht wird. Die Wirklichkeit gibt es möglicherweise als Erscheinung einer eindeutig bestimmten Realität, die wir jedoch nur als Modell sprachlich erfassen können. Die Aussagen des Modells über sie sind natürlich nicht im naiven Sinne Aussagen über „die" Wirklichkeit oder Realität, da das sie beschreibende Modell nie das einzig mögliche sein muss. Die Meinung, es gäbe eine einzige Realität, unsere Welt, ist eine Arbeitshypothese für mögliche Modelle der erlebten Wirklichkeit. Haben wir ein Modell eines Wirklichkeitsausschnittes, eine Theorie a posteriori, so können wir freie Variablen, deren Werte erst durch Experimente festgelegt werden, als Parameter für mögliche Welten ansehen. Setzen wir den Wert eines Parameters willkürlich fest, so haben wir im Allgemeinen keine gültige Theorie über unsere Welt. Wenn wir aber genau die Erscheinungen und Messwerte zu Beobachtungsdaten erklären, die die Theorie nach freier Wahl eines Parameterwertes voraussagt, so ist damit die Wirklichkeit einer anderen Realität beschrieben, einer möglichen Welt, für die die geänderte Theorie gültig ist. Formal könnte man empirischen Theorien eine Liste irgendwelcher Beobachtungsdaten beifügen, bezüglich der die Theorie gültig oder ungültig ist. Eine in der mathematischen Spracherweiterung formulierte

Theorie ist dann synthetisch a posteriori, wenn die Liste Daten aus unserer Welt beinhaltet, andernfalls ist sie analytisch a priori, da die empirischen Grundgrößen sich nicht auf Beobachtungsdaten beziehen, sondern auf eine Datenliste, die nicht über die Sprachwelt hinausgeht. Die Rede von einer von unserer unterschiedenen möglichen Welt hat also nicht denselben Charakter wie die über die Wirklichkeit unserer Erfahrung: Die mögliche andere Welt besteht im äußersten Fall aus all den Implikationen einer widerspruchsfreien, aber in unserer Wirklichkeit ungültigen Theorie, insbesondere aus der zugefügten Liste von „Beobachtungsdaten“ der anderen Welt. Mögliche Welten sind ein Teil der Sprachwelt.

34. Eine empirische Theorie ist ein Modell der Realität (II.5.9), deren Existenz sich mittelbar durch Einwirkung auf uns über die empirischen Grundgrößen, durch Einwirkung der Wirklichkeit, stützt. Sie versucht, die Dinge der Realität durch die empirischen Objekte des Modells zu beschreiben und die Wirklichkeit, nachprüfbar durch Experimente, vorauszusagen. Fragen nach der „Realgeltung“ von Theorien sollten, bevor man sie ausspricht, am besten durch Formalisierung präzisiert werden. Wir werden nie wissen, „was die Realität in Wirklichkeit ist“, sondern wir werden allenfalls ein Modell haben, das sich jahrhundertelang bewährt. Die Quantenelektrodynamik hat es immerhin schon auf einige Jahrzehnte gebracht trotz der hohen Messgenauigkeit in diesem Bereich, während die von der allgemeinen Relativitätstheorie vorhergesagten Gravitationswellen schwer verifizierbar sind. Die theoretischen empirischen und mathematischen Objekte von irreduziblen Modellen, in die ja ein reduzibles Modell zerfällt, können nicht von den verifizierbar empirischen abgetrennt werden und stehen daher ebenfalls für Dinge der Realität, die sich jedoch nicht unmittelbar in der Wirklichkeit zeigen. Die vierdimensionale differenzierbare Mannigfaltigkeit und die geometrischen Tensoren der allgemeinen Relativitätstheorie sind solche Objekte. Daher gibt es keinen Unterschied zwischen Geometrie und physikalischer Geometrie als Ganzes (vergl. [20] Tetens, 4.2.4), sondern beide stimmen innerhalb einer physikalisch empirischen Theorie überein, in der manche Orts-, Zeit-, Massen- und Anzahlgrößen empirisch interpretiert werden und die darüberhinaus lokal euklidisch ist, so, wie wir die Wirklichkeit im Kleinen wahrnehmen.

II.5 - Metaphysik

Manche Themen der Metaphysik lassen sich zu einer exakten Teilwissenschaft der Philosophie gestalten.

1. Es gibt mit der beschreibenden Biologie, der Psychologie, den Geschichts- und Sozialwissenschaften im weitesten Sinne viele empirische Theorien, die sich jedoch nur in einem sehr geringen Maß formal ausdrücken lassen, meist in ihrem statistischen Teil, in dem die Anzahl als empirische Größe auftritt, und daher keine empirischen Theorien in diesem Sprachrahmen bilden. Solange jedoch Theorien, die nur in der Umgangssprache erstellt sind, ihren Zweck erfolgreich erfüllen, gibt es keinen Grund zur Formalisierung. Sie wird erst dann nötig, wenn Aussagen der Theorie einen strittigen objektiven Wahrheitsanspruch erheben und Theorien zu widersprüchlichen Behauptungen kommen. Allerdings gibt es zum Beispiel zur Begründung des Sauriersterbens völlig unterschiedliche Theorien, die leicht umgangssprachlich aufzubauen sind und für deren Thesen jeweils viele gute Argumente und Tatsachen angeführt werden können, die die Behauptungen teils untermauern, teils sich widersprechen. Es ist leicht einzusehen, dass in diesem Falle auch eine formale Theorie keine Entscheidung für die eine oder andere Behauptung herbeiführen kann, weil das Tatsachenwissen zu gering ist, um eine eindeutige Auswahl treffen zu können. In der mathematischen oder physikalischen Sprache entspricht das Gemeinsame einer Beschreibung mit einer Menge von Modellen, die nicht nur ein Element enthält.

2. Viele Probleme der Philosophie sind dazu geeignet, in der natürlichen Sprache erörtert zu werden, da die auftretenden Begriffe allgemeinverständlich und genügend scharf abgegrenzt sind. Ontologie und Metaphysik erheben jedoch den Anspruch, mit abstrakten Begriffen der natürlichen Sprache, die durch den Sprachgebrauch nicht so festgelegt sind, dass man von einer zwischen den Erkenntnissubjekten im Wesentlichen eindeutigen Handhabung sprechen kann, wahre Aussagen über die Realität zu machen. Und selbst dann, wenn das vermeintlich der Fall ist, können Ungereimtheiten auftreten, wie das Beispiel der Russelschen Antinomie gezeigt hat: Was als ein Element eines Objektes anzusehen ist, kann man weder kraft erlernter Vorstellung noch kraft erlernten Sprachgebrauchs exakt wissen, es muss definiert werden, wie wir es für unseren Sprachrahmen getan haben. Das gilt für die meisten Abstrakta der aufgeführten philosophischen Disziplinen, aber auch für viele Begriffe der Sprachphilosophie, wie beispielsweise für das analytisch-synthetisch-Paar, aber auch genauso für die dem Laien scheinbar unmissverständliche ‚Bedeutung' (II.2).

3. Nach Kant ist die Frage nach der Möglichkeit von Metaphysik identisch mit der Frage nach der Existenz synthetischer Aussagen a priori über die Welt. Durch unsere Sprachpräzisierung sind wir in der Lage, die Frage zu deuten und zu beantworten: Aussagen nehmen auf zweierlei Weise Bezug auf die Welt, dadurch dass sie als reale Vorkommnisse Teil der Wirklichkeit sind und dadurch dass sie inhaltlich, d.h. nach menschlicher Interpretation, auf die Welt referenzieren. Unser Sprachrahmen ist ein durch den Verstand gefertigtes Stück der Realität, mit dem Subjekte über die Wahrnehmung unter Verwendung von vernunftgeschaffenen Deutungsregeln wechselwirken. Daher ist das Gebilde ‚Nomen' der formalen Wörter und Sätze im umgangssprachlichen Sinne synthetisch, eine Aussage der Form $x = \text{Nomen}$ ist jedoch in der formalen Bedeutung unseres Sprachrahmens analytisch, da ‚Nomen' externe Bedeutung hat (II.2.7) und daher kein bedeutungsschwaches Objekt ist, obwohl es zunächst nur durch eine Liste von Wörtern definiert wird. Mit der Synthetisierung von ‚Nomen' schaffen wir erst die Möglichkeit, die Realität zu erkennen, und erst danach stellt sich die Frage nach der Möglichkeit von Metaphysik, da wir erst dann in der Lage sind, diesen Begriff durch Definition so zu präzisieren, dass eine Entscheidung getroffen werden kann (vergl. auch II.3.14). Hieran wird noch einmal deutlich, dass wir, wenn wir Philosophie treiben, auch für inhaltliche Aussagen immer wieder auf die natürliche Sprache zurückgreifen müssen. Sie selbst und jede formale Teilsprache sind synthetische Elemente a priori, worin synthetische Urteile a priori im Sinne Kants enthalten sein können. Wollen wir jedoch präzise und entscheidbare Aussagen bilden können, so müssen wir diese als synthetisch a priori bezeichneten Konstrukte verwenden, um den Begriff des Synthetischen a priori exakt zu definieren (vergl. auch II.2.15).

4. Wir nennen <u>Metaphysik</u> eine irreduzible Theorie unseres Sprachrahmens, in der zwar empirische Objekte, aber nur theoretische Sachverhalte auftreten. Die Newtonsche Himmelsmechanik ist keine Metaphysik, weil sie keine theoretischen empirischen Objekte oder Sachverhalte enthält. So ist zum Beispiel der Ort der Sonne oder eines Planeten zu einem bestimmten Zeitpunkt direkt bestimmbar und es ist sogar möglich, ihre Massen durch verifizierbare Größen innerhalb einer gültigen physikalischen Theorie auszudrücken und zu berechnen. Aber auch das Ptolomäische Weltbild, in dem alles Beiwerk, das nicht zur Planetenbahnberechnung dient, weggelassen wird, ist keine Metaphysik, sondern nur weniger erfolgreich. Um ein kleines Beispiel für eine metaphysische Theorie über die Welt vorzustellen, bauen wir eine Theorie auf zwei Objekte auf, der ‚Wirklichkeit' der Erscheinungen und der ‚Realität' der Dinge an sich. Beide seien bedeutungsschwache Objekte, denen dieselben Elemente zugewiesen werden, die aber nicht identisch sein sollen. Nach Satz II.2.14 sind synthetische Aussagen a priori beispielsweise Gleichungen $a = b$, wo b ein bedeutungsschwaches nicht leeres Objekt ist, das dieselbe Extension wie a hat, aber kein Klassenterm ist,

und die nicht beide empirische Objekte sind. Daher ist die Aussage ‚Wirklichkeit ≠ Realität' synthetisch a priori. Diese Konstruktion modelliert die Vorstellung, dass jedes Element der Wirklichkeit durch ein Ding an sich hervorgerufen wird und dass nicht zwei verschiedene wahrgenommene Gegenstände zu ein und demselben Ding an sich gehören, aber dass die Realität etwas Anderes ist als die von uns empfundene Wirklichkeit. Die Aussage ‚Wirklichkeit = Realität' ist deswegen a priori, weil die Bestimmung ihres Wahrheitswertes sicher nicht mit Hilfe verifizierbarer empirischer Objekte erfolgen kann, da sie zwischen den beiden Objekten per Definition gar keine Unterschiede herstellen (II.4.10). Wir verfolgen die interessante Frage nicht weiter, ob auf diese Weise eine substanzielle Theorie über die Realität der Welt formulierbar ist, die dann aber sicher nicht nur mit einer solchen Gleichung auskäme.

5. Über Sachverhalte a priori, also wahre empirische synthetische Urteile a priori, kann nur durch Erscheinungen einer Realität außerhalb der Sprachwelt, aber nicht durch die einer fiktiven Realität, die ja nur unserer Sprachwelt angehört, entschieden werden, aber sie dürfen keine verifizierbaren Größen enthalten. Von den empirischen Grundgrößen Anzahl, Ort, Zeit, Masse und personellen Identität sind Anzahl, Längen, Zeitspannen und Massen verifizierbar, jedoch nicht ein einzelner Zeitpunkt oder eine personelle Identität (Absatz 12). Dagegen ist ein einzelner Ort deswegen verifizierbar, weil damit ja nur gemeint ist, dass wir fähig sind, beispielsweise wiederholend experimentell die (relativen) Ortskoordinaten des Schwerpunkts eines beobachteten Körpers zu ermitteln, während es per Definition der Zeitmessung unmöglich ist, den beobachteten Körper noch einmal zu demselben, also dann vorhergehenden Zeitpunkt zu betrachten. Ebenso ist es unmöglich, die personelle Identität festzustellen: Dass ich jetzt hier bin, kann nur ich konstatieren, wogegen Personen der Außenwelt aus einer stetigen Entwicklung meiner Körperlichkeit und meines Verhaltens von der Annahme ausgehen, dass ich mit derselben Verwunderung wie sie, dass sie jeweils in der Welt seien, meine Identität ausweise. (Vergl. Absatz 10 zur allgemeinen Problematik.) Wir stehen mit diesem Phänomen ganz am Anfang, Subjektivität „objektiv" wissenschaftlich zu erfassen ([24] Nagel).

6. Ereignisse in der Wirklichkeit, speziell Einzelereignisse, also solche, die nicht wiederholbar sind, scheinen immer a posteriori zu sein, da wir selbst oder einige andere sie mit eigenen Sinnen, eventuell noch unter Anwendung von aufzeichnenden Methoden, erfahren haben. Ein Bericht über sie ist eine Menge von Tatsachen, zu denen wir sogar sämtliche Folgerungen zählen dürfen, also eine abgeschlossene Theorie, die empirische Aussagen enthält. Behauptungen über Einzelereignisse brauchen aber keine verifizierbaren empirische Objekte zu enthalten: Während die Existenz von Mammuts im Raum Berlin nicht mehr nachweisbar ist, so erhält die Aussage, es habe Mammuts in Süddeutschland vor 40000 Jahren gegeben, ihren Wahrheitswert durch eine Aussagenkette, in der verifizierbare empirische Objekte wie

etwa datierbare Skelettfunde vorkommen. Wenn man vielleicht aus diesen und anderen beweisbaren Tatsachen zwingend den Schluss ziehen könnte, dass ‚Mammutherden durch den Berliner Raum gezogen' sein müssen, so wäre diese Aussage in unserem Sinne verifizierbar. Wenn sie dagegen nur als Voraussetzung, als Axiom, Teil einer Theorie a posteriori ist, die jedoch ohne sie manche verifizierbaren Sachverhalte schlecht erklären könnte, hat sie den Status einer theoretischen empirischen Behauptung. Wenn eine Theorie aus der Geschichte der Menschheit nicht aus wiederholbaren, also unbezweifelbaren Erfahrungstatsachen abgeleitet werden kann, sondern wenn ihre Axiome aus schriftlichen Berichten und Überlieferungen stammen, die vielleicht auch erst viel später schriftlich fixiert wurden, so handelt es sich um eine Theorie a priori. Solche Berichte, Behauptungen, nicht mehr wiederholbare Ereignisse betreffend, sind synthetisch a priori gemäß unserer Definition und zugleich Aussagen über die Welt. Wir gehen hier allerdings nicht der äußerst interessanten und vielleicht zu einer separaten Forschungsarbeit führenden Frage nach, wie groß die synthetischen Anteile a priori im Gegensatz zu verifizierbaren Aussagen in historischen Theorien sind.

7. Wir machen allerdings wiederum (vergl. II.2.15) darauf aufmerksam, dass die Begriffspräzisierung des Apriori und Aposteriori hätte auch anders erfolgen können. Wenn wir aber ohne Einschränkung jeden empirischen Begriff als a posteriori bezeichnet hätten, so hätten wir uns jedoch der Möglichkeit der Differenzierung beraubt und, wenn wir der weit verbreiteten Auffassung gefolgt wären, jeder sprachliche Begriff hätte eine vorgegebene Bedeutung, deren Abgrenzung nur zu finden sei, so hätten wir nicht präzisieren können. Gerade abstrakte Begriffe bedürfen der Klärung durch exakte Definition durch Rückführung auf verständliche beschreibbare konkretere Termini, um verstanden zu werden, was hier geschehen ist. Nichts hindert jemand Anderen, einen unterschiedlichen Sprachrahmen zu entwerfen oder die Begriffspaare analytisch-synthetisch und a priori-a posteriori anders zu definieren. Wir sind jedenfalls überzeugt, dass die ungenauen Beschreibungen des Analytischen als ‚wahr aufgrund von sprachlichen Bedeutungen' und des Synthetischen als ‚wahr aufgrund von Tatsachen' mit unserem a priori-a posteriori-Paar gut präzisiert sind, da man Behauptungen, die sich nicht auf wiederholbar verifizierbare Fakten stützen, nicht mit Gewissheit als Tatsachen bezeichnen kann, womit wir wiederum auf die Frage gestoßen werden, auf welche Weise unbezweifelbare Tatsachen, nämlich synthetische Urteile a posteriori, Aussagen in historischen Theorien stützen.

8. Bewusstsein und personelle Identität (Absatz 12) sind mentale Grundgrößen, und Wirklichkeit (I.1.9) könnte als ein Begriff definiert werden, der formal die Menge der empirischen Objekte zusammenfasst. Wir können uns darunter das Ergebnis der Einwirkung der Außen-

welt über unsere Sinne, die wahrgenommene Welt, die Welt der Erscheinungen, vorstellen. Sie ist genau wie die ersten beiden ein Symbol, mit der wir subjektives Empfinden mit der Welt verknüpfen. Der Erfolg der Physik besteht nun darin, innerhalb der Wirklichkeitserfahrung speziellere Eindrücke mit eingegrenztem Erlebnisgehalt ausgemacht zu haben, auf die aber die undifferenzierte Wirklichkeitsempfindung sprachlich zum Teil zurückgeführt werden kann: die physikalischen empirischen Grundgrößen. So ist eine Roterscheinung in unserem Sprachrahmen formal ausdrückbar durch einen elektromagnetischen Energiefluss in unseren visuellen Apparat, der sich allein durch physikalische Grundgrößen formulieren lässt. Gleichzeitig wird dadurch eine Trennung zwischen Beobachter und dem Ding der Realität vollzogen, das diese Erscheinung in einem Subjekt bewirken kann, so dass ‚rot' unabhängig vom subjektiven Erleben definierbar ist. Das ist auch bei den psychologischen empirischen Begriffen (II.4.25) der Fall, zu denen das Bewusstsein gehört, da sie zwar eher deskriptiv als formal, aber nicht personengebunden definiert werden können, wenngleich sie nur subjektbezogen auftreten. Die Beschränkung von Eigenschaften auf bestimmte Objekte der Realität ist allerdings nichts Besonderes, wie das Beispiel der elektrisch geladenen Teilchen zeigt, die allein die elektrische Kraft zu spüren scheinen so, wie Lebewesen Schmerz oder Freude empfinden, bei denen der Selbstwechselwirkungsanteil allerdings anscheinend deutlich höher liegt. Daher sind die meisten mentalen empirischen Größen verifizierbar, allerdings nicht in unserem formalen strengen Sinne.

9. <u>Realität</u> dagegen wollen wir als Begriff definieren, der die Vorstellung wiedergibt, es seien Dinge (res) an sich Ursache für die Ausbildung unserer Wirklichkeit, indem sie mit unseren Sinnen wechsel-wirken ([5] Roth, Kap.13). <u>Wirklichkeit</u> ist also die Zusammenfassung der Erscheinungen und Empfindungen eines Lebewesens mit Gehirn, Realität ist, jetzt mathematischer, eine Menge von Dingen an sich. Wirklichkeit ist also die Empfindung der Realität, insofern die Dinge der Realität diese Empfindungen auslösen. Dabei verwenden wir die Begriffe Empfindung und Erscheinung mit der kantschen Erläuterung ([16], I.1.1). Im Unterschied zu Dingen der Wirklichkeit ist ‚Realität' nicht empirisch feststellbar. Realitäts- und Wirklichkeitsbegriff können also sprachliche Konstrukte einer Theorie der Erkenntnis sein, in der auch die Frage, ob wir etwas über die Realität wissen können, die wir nur durch unsere Wirklichkeit kennen, aufgeworfen wird. Die Verknüpfung zwischen Realität und Wirklichkeit ist durch einen Ursache- und Wirkungszusammenhang gegeben. Wir verfolgen diese Gedanken jedoch nicht weiter, sondern kommen auf die mentale Grundgröße ‚personelle Identität' zurück.

Einzelereignisse und synthetische Theorien a priori

10. Physikalische Theorien haben gemeinsame Eigenschaften einer großen Zahl von Einzelobjekten zum Thema, so dass Vertreter dieser Eigenschaftsklasse für Experimente im Prinzip an jedem Ort zu jeder Zeit zur Verfügung stehen. Aussagen über spezielle Objekte, die dieser Klasse angehören, sind solange verifizierbar, wie diese Gegenstände existieren. Die Behauptung, dass sich ein zu einem bestimmten Zeitpunkt lokalisierter Komet auf einer bestimmten Bahn bewegt, ist dadurch verifizierbar, dass wiederholt Bahndaten bestimmt werden, solange er sichtbar ist. Aber schon die Voraussage eines einzelnen Bahnpunktes ist in unserem Sinne nicht verifizierbar, da der Komet eine Präzessionsbewegung vollführt. Somit ist das Bahndatum nicht erneut überprüfbar. Größere Sicherheit, was den Grad der Richtigkeit einer solchen Aussage betrifft, ist dadurch zu gewinnen, dass viele unabhängige Experimente gleichzeitig gemacht werden. Wenn in alten Schriften mehrere übereinstimmende Angaben über den Ort eines Kometen zu bestimmten Zeitpunkten zu finden sind, so sind sie jedoch nur dann als a posteriori zu bezeichnen, wenn sie als neuformulierte Aussage in einer irreduziblen Theorie a posteriori auftreten (II.4.18); denn dann ist dieses Einzelereignis mit verifizierbaren Sachverhalten verbunden. Genauso wie die Erkenntnis über den Massenwert der Sonne durch keinen noch so guten Blick auf die Welt erfolgen kann, können wir auch die singuläre Position eines Kometen in der Vergangenheit nicht direkt durch Erfahrung ermitteln. Wenn diese Aussagen jedoch aus direkt verifizierbaren Sachverhalten abgeleitet werden können, sind sie dennoch a posteriori. Wenn das nicht möglich ist, wären diese Sätze zwar nicht ohne Erfahrung zu formulieren, jedoch nicht aus Erfahrung zu verifizieren ([16] Kant, Einl.,I), sie könnten daher Teil einer Theorie a priori sein, aber sind nur dann Urteile a priori, wenn sie nicht in einer irreduziblen Theorie a posteriori auftreten.

11. Nur dann, wenn eine Behauptung durch die gegenwärtige Erfahrung gestützt wird, ist sie eine Aussage aus Erfahrung über die Welt. So waren die Berichte über die Stadt Troja Dichtung, bis Beschreibungen durch Ausgrabungen verifiziert werden konnten. Dagegen wird das trojanische Pferd wohl Sage a priori bleiben, welche keine verifizierbaren empirischen Daten enthält, die seine Existenz stützen. Und die Annahme, dass es das Pferd gegeben hat, hat keinen Vorteil für das Verständnis der vorliegenden empirischen Befunde. Daher sind Aussagen über das trojanische Pferd von den Beschreibungen abtrennbar, die sich verifizieren lassen. Es gibt keine irreduzible Theorie a posteriori, in der das trojanische Pferd vorkommt. Dennoch enthält die Beschreibung des Holzgebildes ja so viele Bezüge auf die Welt, Längen-, Massen- und Anzahlangaben, weswegen es eine synthetische Theorie a priori ist, dass es neu gebaut werden konnte und sich dann mit neuem Bezug zu einer Theorie a posteriori wandelt. Mythologie als Metaphysik? Ja nach der Definition in Absatz 4: Man kann theoreti-

sche, d.h. nicht verifizierbare Sachverhalte formulieren, die Einzelereignisse der Vergangenheit beschreiben. In [http://de.wikipedia.org/wiki/Troja] war Mitte 2005 über die Thesen des Geoarchäologen Zangger über die Identität Trojas mit Platons Atlantis zu lesen: „Allerdings ruhen Zanggers Thesen auf ausgesprochen unsicheren Fundamenten, und seine Argumentation verlässt sich an entscheidenden Punkten letztlich zu sehr auf Spekulationen. So kann eine Identität von Troja und Atlantis zwar nicht widerlegt, aber auch nicht bewiesen werden." Mit ‚Fundamenten' ist das verifizierbar Empirische gemeint, mit ‚Spekulationen' das synthetisch Apriorische. Eine Theorie ist aber nicht notwendig schlecht, wenn sie sich auf Apriorisches stützt. Wirklich negativ wäre seine Theorie dann zu bewerten, wenn es weniger spekulative Theorien gibt, die dasselbe leisten, was fast generell von Esoterik des Sehers Nostradamus bis zur Pseudowissenschaft des Autors Däniken der Fall ist. Was nichtformale und damit in unserem Sinne unpräzise Theorien leisten können, zeigt sich gerade auch am Beispiel der Archäologie. Diese Theorien sind meist nicht so weit durchformalisiert, dass sie sich in unseren Sprachrahmen einpassen ließen, was manchmal nötig wäre, aber oftmals unmöglich ist. Dass und wie sehr mangelnde Präzision lähmen oder unnötige Handlungen verursachen kann, erfährt man an den überwiegend schlechten Gesetzestexten in unserem Staat, die oft gerade mit dem Ziel formuliert werden, unklar zu sein, um Zustimmung zu erhalten.

12. Wir wenden uns aber einem Problem der Philosophie zu, das ohne Sprachpräzision nicht lösbar sind: Es ist die alte Frage, warum die Welt nicht ohne mich abläuft, da sie es anscheinend vor hundert Jahren getan hat und anscheinend in hundert Jahren tun wird, und warum es auch jetzt nicht ohne mich geht, da doch alle anderen Personen geboren werden und sterben, ohne dass es die Tatsache berührte, dass ich da bin. Das Ganze könnte doch, meinen Körper, der ja ein physikalisches Objekt ist, eingeschlossen, ohne ‚mich' ablaufen. Dieses ‚Ich', das neben meinem Körper vorhanden zu sein scheint, wollen wir mit personeller Identität bezeichnen. Die Wortwahl weicht deswegen vom Begriff der personalen Identität ab, weil sie ein engeres Phänomen bezeichnet als das übliche (siehe [28] Quante). <u>Personelle Identität</u> ist eine mentale empirische Grundgröße, die wenig mit der Einheitlichkeit einer Person zu tun hat und die nichts mit ihrem Bewusstsein oder gar ihrem Charakter Verbundenes mitteilen soll. Sie drückt auch nicht die Art der inneren subjektiven Wahrnehmung aus, die durch die Begriffe Farbempfindung, Schmerz oder Lust oder dergleichen gegeben sind. Denn die letzteren sind mit großer Wahrscheinlichkeit durch Erregungs- und Aktionsmuster von Nervenzellen im Gehirn physikalisch so beschreibbar, wie es vermutlich auch für die Wahrnehmung des Selbst, der eigenen personellen Identität, möglich ist. In allen diesen Fällen aber wäre es nicht verwunderlich und würde auf keinen grundsätzlichen Widerspruch stoßen, ja liegt sogar eher nahe, wenn diese Gehirnphänomene in verschiedenen Menschen in gleicher Weise mit den gleichen Strukturen abliefen, allerdings nur durch das jeweilige

Subjekt als Empfindung erfahrbar. Auch der eigenen Identität könnten sich Menschen durch Erregung eines Gehirnarreals, das in jedem jeweils gleich strukturiert sein kann, bewusst versichern. Dagegen ist die personelle Identität die Empfindung von der Einzigartigkeit, das Verwundern, persönlich auf der Welt zu sein, obwohl es keinen erkennbaren Grund dafür gibt, da es Milliarden Andere gibt und gegeben hat, ohne dass dieselbe Identität unter ihnen auszumachen wäre.

13. Dieses spezielle Empfinden der eigenen Person lässt sich lediglich an einem einzigen Subjekt durch dieses Subjekt selbst überprüfen. Die empirische Grundlage ist die Erfahrung eines menschlichen Individuums a von der Tatsache, dass es zu Lebzeiten ein Teil der Realität sei, vorher und nach dem Tode vermutlich jedoch nicht. Das Phänomen liegt darin, dass in Zeiten vor seiner Geburt und nach seinem Tod wahrscheinlich alles ohne es abläuft, und ein beliebiger Ausschnitt der biologisch-physikalischen Vorgänge von Geburt, Leben und Tod von Individuen zu jedem beliebigen Zeitpunkt keine Erkenntnis darüber erbringt, warum a ausgerechnet zu einem bestimmten Zeitpunkt da ist. Wenn es physikalisch-materiell alles genauso abläuft, könnte auch das Individuum b anstatt a leben, in der aber $a \neq b$ ist insofern, als sich nur die personellen Identitäten unterscheiden. Wir geben ein weiteres Beispiel zur Erläuterung: Wenn das Einzelkind-Individuum a keinen nachgeborenen Bruder b hat, so lässt sich vorstellen, dass die Welt unverändert abläuft mit b und dem nicht geborenen Geschwister a, da der einzige Unterschied darin besteht, dass die Zeit des Lebens von a für b dieselbe Eigenschaft hat wie für a eine Zeit vor seiner Geburt oder nach seinem Tod oder umgekehrt. Jede Person kann sich fragen, welches Phänomen dafür kennzeichnend ist, dass gerade sie in diese Welt geworfen ist, während sie für ein ungeborenes Geschwister genauso abläuft wie vor ihrer Geburt oder nach ihrem Tod. Aus dem, dass sich Menschen anscheinend erstmals im Tierreich der Erde sich dieser Erscheinung bewusst sind, folgt nur, dass sie sie schlecht oder recht beschreiben können, nicht etwa, dass die persönliche Identität auf geringer strukturierte Objekte mit weniger Bewusstsein nicht zuträfe.

14. Die personelle Identität ist eine empirische Grundgröße, weil sie zunächst nicht durch andere Grundgrößen ausgedrückt werden kann. Wenn es in einem naturalistischen Modell der personellen Identität eines Lebewesens möglich sein sollte, sie durch physikalische Größen zu beschreiben, wäre eine Verifizierung personeller Identitäten in derselben Weise möglich wie die der abgeleiteten physikalischen Größen. Die scheinbare Unklarheit, mit der die personelle Identität in Absatz 13 beschrieben ist, erwächst nicht nur aus der Komplexität des Phänomens, sondern auch aus der Tatsache, dass Grundgrößen externe umgangssprachliche Beschreibungen erfordern, auf die wir für die physikalischen Grundgrößen weitgehend verzichtet haben, weil wir mit der Orts-, Zeit- und Anzahlbestimmung vertraut sind. Für die

Massendefinition ist wie für die personelle Identität eine weniger leicht verständliche Beschreibung gegeben. Die direkte Verifizierung der Masse eines Körpers erfolgt durch vergleichende Wägung, wodurch eine Zuordnung zu reellen Zahlen ermöglicht wird, den Massenwerten, kurz: der Masse. Das ist für personelle Identitäten so nicht möglich, da wir sie zunächst, gebunden an eine endliche und diskrete Menge von Körpern, nur abzählen können, so dass diese Grundgröße eine Variable auf $\mathbb{Z}$ und nicht auf $\mathbb{R}$ definiert. Eine Strukturtheorie, deren Ansatz wir im Folgenden vorstellen, könnte dann zu einer kontinuierlichen Variablen Anlass geben, wenn sie zu je zwei personellen Identitäten eine dritte dazwischenliegende voraussetzt. Es ist zwar nicht ausgeschlossen, dass ein Lebewesen im Laufe der Zeit seine personelle Identität wechselt, und auch nicht, dass zwei verschiedene Lebewesen ineinander enthaltene oder gar gleiche personelle Identitäten haben. Die Erfahrung scheint zu zeigen, dass Letzteres bei bewusst formulierungsfähigen Menschen nicht der Fall ist, so dass die personelle Identitätsbildung abgeschlossen scheint, bevor das Bewusstsein darüber Klarheit erlangen kann. Allerdings ist in der Psychopathologie das Krankheitsbild der dissoziativen Identitätsstörung ([29] Fröhlich), bekannt, wo Menschen zeitlich und ereignisabhängig wechselnde Identitäten erleben, die auf die Existenz zweier unterschiedlicher personeller Identitätsstrukturen in ein und demselben Menschen hinweisen können. Wir konstatieren das empirische Phänomen der personellen Identität, da sie intersubjektiv durch das eigene Subjekt am eigenen Subjekt feststellbar ist, als empirische Grundgröße.

15. Sei also $\Pi := \{\pi_1,\pi_2,\ldots\}$ eine abstrakte Menge sogenannter personeller Identitäten, eine Menge von Nomina, die durch die Nummerierung leicht auch als mathematische Menge, insbesondere $\mathbb{Z}$, gedeutet werden kann. Sei M eine abzählbare abstrakte Menge von paarweise verschiedenen physikalischen Körpern. Sei $M_0 \subset M$ eine Menge von Menschen. Jedem Element m in M_0 können wir eine personale Identität $\pi \in \Pi$ zuordnen, gegebenenfalls auch mehrere, wenn es eine dissoziative Identitätsstörung hat. Aber ein Sachverhalt wie ‚m erlebt zum Zeitpunkt t die Identität π' ist nicht im strengen Sinne verifizierbar, da das für alle Prüfenden möglich sein müsste und nicht nur für einen, nämlich m. Daher ist die personelle Identität ein theoretischer empirischer Begriff, kann also grundsätzlich etwas a priori über die Welt aussagen (II.4.18). Der andere Fall, dass zwei lebende Menschen sich als eine Identität erleben, ist anscheinend noch nicht aufgetreten und wird daher nicht berücksichtigt. Nur in solch einem Fall wäre eine Gleich- oder Unterordnung von Teilidentitäten $\pi_1 < \pi_2$ und $\pi_1 = \pi_2$ denkbar. Allen restlichen Elementen von M können in einer Theorie der personellen Identitäten von Körpern aus M endlich viele Elemente aus Π zugeordnet werden, für die aber auch eine Unter- oder Überordnung in Frage kommen kann. Daher wollen wir annehmen, dass Π eine halbgeordnete Menge ist, was nichts weiter als die Existenz einer nichtreflexiven, antisymmetrischen transitiven Relation $<$ bedeutet, die durch die

Gleichheit leicht zu einer reflexiven $\leq$ ergänzt werden kann. Solange diese Körper existieren, ist eine Theorie über sie a posteriori. Ist kein Körper in M in der Wirklichkeit direkt wahrnehmbar und gibt es in der Gegenwart keine verifizierbaren Sachverhalte, die die Existenz eines Körpers in M in der Vergangenheit eindeutig belegen, so ist dieselbe Theorie mit dem Prädikat a priori zu versehen.

16. Seien manche Elemente in M zunächst Körper, deren Existenz verifizierbar ist. Den Körpern seien personelle Identitäten zugeordnet. Wenn es verifizierbare Sachverhalte gibt, dann ist eine Theorie über M synthetisch a posteriori. Wenn dies Tatsachen sind, die aus Sachverhalten über personelle Identitäten ableitbar sind, aber nicht nur aus physikalischen Sachverhalten, ist die Theorie nicht auf physikalische Grundgrößen reduzierbar, außer wenn die personelle Identität es selbst ist. Wir machen hier einen Vorschlag, wie das geschehen könnte: Sei $\mathcal{G}$ die mathematische Kategorie der neuronalen Netze, das sind Gitter aus endlich vielen Punkten und Verbindungen (Kanten), eventuell mit Zusatzstruktur, zusammen mit solchen funktionalen Zuordnungen zwischen den Punkten, die die Kantenrelation respektieren. Wir stellen uns vor (I.1.6), dass in der Struktur des Netzes ein Teil seines Inhaltes, das, was wir mit persönlicher Identität meinen, kodiert ist. Wir fassen daher personelle Identitäten als allein strukturabhängig auf und ordnen ihnen solche Gitter zu. Damit sind zwei Identitäten genau dann verschieden, wenn die zugehörigen Gitter nicht isomorph sind. Damit wollen wir die Vermutung ausdrücken, dass zwar geistige Inhalte im Allgemeinen auch vom Erregungszustand von Nervenzellen abhängen, dass aber die personelle Identität eine andere kennzeichnende Eigenschaft als etwa das Bewusstsein hat, das durch Nervenzellenerregung realisiert ist. Bewusstsein ist beim Menschen oft durch Selbst-Bewusstsein begleitet, welches Phänomen wir dahin deuten, dass die neuronale Struktur, die die personelle Identität kennzeichnet, bei diesen geistigen Akten in einen bestimmten Erregungszustand versetzt wird. Die personelle Identität eines Lebewesens ist aber eine solchen Zuständen zugrundeliegende materielle Struktur.

17. Sei $P := \{p_1, p_2, \ldots\} \subset \mathcal{G}$ eine Menge von neuronalen Netzen, so dass die angegebene Reihenfolge einen Isomorphismus der halbgeordneten Mengen Π und P darstellt. P sei halbgeordnet durch $p_m \leq p_n$ genau dann, wenn es eine Immersion $p_m \rightarrow p_n$, d.h. einen Isomorphismus auf ein Untergitter gibt. Reflexivität, Antisymmetrie und Transitivität sind gewährleistet, Antisymmetrie deswegen, weil es keine echte Immersion eines endlichen Gitters in sich gibt. Anders gesprochen, Π ist eine abstrakte Menge mit genau der Halbordnungsstruktur von P, aber ohne die zusätzlichen Gittereigenschaften der p_k. Wir versehen alle Elemente von M synthetisch mit einem Bezug auf physikalische Körper identifizierbarer Lebewesen, die entsprechenden Elemente von Π jeweils mit dem Bezug auf ihre personelle

Identität und die entsprechenden Elemente von P auf das ihnen in der Wirklichkeit zugeordnete neuronale Netz. M und P enthalten daher physikalisch-empirische, Π enthält mentale empirische Objekte. Die innere Struktur eines Lebewesens $\mu\in M$ ist gekennzeichnet durch eine Treppenfunktion $p_\mu\colon J_\mu\to\mathcal{G}$ auf einem Intervall $J_\mu\subset\mathbb{R}$, der Lebensspanne, für die es $t_0\in J_\lambda$ und $n\in\mathbb{N}$ gibt, so dass für alle $t\in J_\mu$ mit $t>t_0$ gilt $p_n\subset p_\mu(t)$ und n ist maximal mit dieser Eigenschaft. Dadurch wird eine Funktion $M\to P$ definiert, die wir mit p bezeichnen. Das bedeutet, dass die personelle Identität als physikalisch empirische Größe neuronales Netz $p(\mu)$ von einem bestimmten Zeitpunkt t_0 voll ausgebildet ist, sich dann nicht mehr ändert und zu den Grundkennzeichen des Lebewesens gehört. $\pi(\mu)$ bezeichne dann die personelle Identität des Lebewesens als mentale empirische Größe. Das Gitter $gp_t(\mu) := \cap_{t>\tau>t0}p_\mu(\tau)$ heißt Persönlichkeitsgrundstruktur zur Zeit t. Es gilt $p(\mu)\subset gp_t(\mu)$. Die Persönlichkeitsgrundstruktur kann sich zeitlebens verändern, die personelle Identität nicht. Sie stellt das absolute Minimum der Gehirnstrukturen dar, mit der sich das Individuum als das eine betreffende identifizieren lässt.

18. Wir verwenden p und π, wie in der Physik verbreitet und bei Mathematikern schlecht gelitten, auch als Variablen auf P und Π. Wenn man die personelle Identität von Lebewesen, mit welchen Mitteln auch immer, festgestellt hat, was sich nach Absatz 13 nur auf ihre neuronalen Netze beziehen kann, so hat man Listen $M_t\subset M$ und $P_t\subset P$ und eine Zuordnung $M_t\to P_t$ der bis zum Zeitpunkt t gefundenen Lebewesen $\mu\in M$ mit Identität $p(\mu)$ bzw. $\pi(\mu)$. Wenn die mentale Größe π durch p naturalisiert ist, findet man keine zwei verschiedenen Kreaturen mit gleicher personeller Identität, die gleichzeitig leben; denn das Phänomen π, sich als Individuum jetzt in genau einem Körper μ auf dieser Welt zu befinden, ist in diesem Modell an eine Materiestruktur p gekoppelt, die daher nur in dem einzigen realisiert sein darf, in dem das Geschöpf sich selbst erlebt, da ja die empirischen Befunde der theoretischen Größe π zwar multiple Persönlichkeiten, aber keine menschlichen „Mehrkörperidentitäten“ ausweisen. Wenn nun ein experimenteller Befund mit Sicherheit darauf hinweist, dass $p(\mu) = p(\lambda)$ (isomorph), aber $\pi(\mu) \neq \pi(\lambda)$, dann wäre dieser Versuch der Naturalisierung der mentalen Größe ‚personelle Identität’ gescheitert und man müsste weiterhin davon ausgehen, dass die physikalischen Größen nicht alles in der Welt erfassen. Denkbar sind dagegen irgendwo Lebewesen, die aus mehreren getrennt agierenden Körpern bestehen und die die Menge dieser Körper als ihre personelle Identität auffassen, was auf dieser Erde allerdings wohl nicht mit dem Bewusstsein gekoppelt ist, mit der wir Menschen unsere Individualität erfassen können. Vorstellbar ist jedoch, dass Bienen- oder Ameisenvölker dadurch eine Identität als ein persönliches Individuum erlangen, dass in allen Mitgliedern dieses Einzelwesens eine es kennzeichnende identische neuronale Struktur vorliegt. Das widerspräche nicht einer

Reduktionsmöglichkeit von Mentalem auf Physikalisches. Der Rassismus und Nationalismus des letzten Jahrhunderts hat sich mit Theorien, in denen die Aussage, das einzelne Individuum löse sich auf und werde zum Teil eines Überorganismus, nicht bewahrheitet, ja zu fürchterlichen Katastrophen geführt. Den meisten diesbezüglichen Pamphleten muss man sicher Wissenschaftlichkeit absprechen, aber gerade auch philosophische Werke bewegen sich in einer Grauzone, die nicht zum kleinen Teil dem Mangel an exakter Begriffsdefinition geschuldet ist. Es kann eine interessante Forschungsaufgabe sein, mit den Mitteln des hier vorgestellten Sprachrahmens Kriterien neu oder umzuformulieren, mit denen, auch möglicherweise falsche, Aussagen des deutschen Idealismus von und nach Hegel von pervertierten Äußerungen über Rassenseelen (siehe z.B. [http://www.shoa.de/p_alfred_rosenberg.html], Mythus) eindeutig unterschieden werden können.

19. Gelingt eine Naturalisierung der personellen Identität nicht, so können wir dennoch versuchen, eine Menge von Aussagen, eine Theorie darüber zu bilden, um uns über analytische Eigenschaften dieses Begriffes Klarheit zu verschaffen. Definieren wir eine <u>Realisierung</u> einer personellen Identität als einen physikalischen Körper, der auf diese personelle Identität bezogen werden kann, also als ein physikalisches empirisches Objekt, das während eines Zeitintervalls auf irgendeine Weise verdeutlicht, dass es die betreffende Identität empirisch erlebt. Eine Realisierung einer personellen Identität, deren Körper mit anderen solchen durch eine Sprache kommunizieren kann, nennen wir <u>Person</u>. Setzen wir voraus, dass es nur endlich viele personelle Identitäten gibt, so gibt es auch maximale. Wir definieren einen <u>Gott</u> als ein maximales Element innerhalb der Struktur von personellen Identitäten Π, wogegen der Gottesbegriff der Metaphysik üblicherweise auf ein allmächtiges allwissendes Wesen zielt. Damit unterscheiden wir uns extrem von der üblichen Auffassung von Göttern, so dass eine Realisierung eines Gottes, ein real existierender Gott, lediglich ein materielles Wesen ist, für das es keine personelle Identität oberhalb seiner gibt. Durch diese Festsetzung ist der Gottesbegriff aus dem Unnahbaren zu dem geholt, was wir an uns selbst kennen: unser ganz persönliches reales empirisch erlebtes Sein, vielleicht realisiert als unsere sprachlose, aber nicht stimmenleere rechte Gehirnhälfte (vergl. [30] Jaynes, bikamerale Psyche, das Doppelhirn). Da es Personen gibt, viele Menschen, ist es überhaupt möglich, dass Götter Personen sind. Daran schließen sich die Fragen an, ob überhaupt Götter existieren, ob Götter Personen, ob sogar Menschen Götter sind oder ob es nur einen Gott gibt, ein größtes Element innerhalb der abstrakten personellen Identitäten. Das sind Fragen nach Gottesbeweisen, die bisher mit keiner Definition des Gottesbegriffes fehlerfrei geführt worden sind. In unserer Terminologie lautet diese Frage, zu welchen Zeiten Götter realisiert sind.

20. Eine solche Theorie ist synthetisch a priori, wenn keine verifizierbaren Voraussagen zur Verfügung stehen, die Sachverhalte über personelle Identitäten beweisen können, da personelle Identitäten zwar empirisch, aber nicht direkt verifizierbar sind und ihre Realisierungen nicht auf Körper verweisen müssen, sondern sich beispielsweise auf physikalische Felder beziehen können, was einem nichtkörperlichen Gottesbegriff näherkommen würde. Eine für die absehbare Zukunft realistischere Frage ist die nach minimalen personellen Identitäten, mit anderen Worten: Welche physikalische Struktur erlaubt gerade noch die Realisierung einer personellen Identität? Welches neuronale Netz gerade noch geeignet ist, das Phänomen der Identität wiederzuspiegeln, lässt sich vielleicht am besten mit der Frage nach der Möglichkeit von Selbstbewusstsein bearbeiten. Leider handeln wir uns mit diesem Ansatz das nächste Problem ein: Bewusstsein. Seit Jahrtausenden der Verwunderung und der Nicht-Fassbarkeit, die viele Philosophen zu metaphysischen Theorien veranlasst haben, herrscht außerhalb der Philosophie die Meinung vor, nur ein Ansatz unter Einschluss des Physikalischen verspreche Erfolg. Trotz aller speziellen Probleme zeigen unsere Beispiele, dass diese Auffassungen sich nicht widersprechen müssen, da es irreduzible empirische Theorien gibt, die keine verifizierbaren Aussagen enthalten, insbesondere synthetische Urteile a priori: Metaphysik ist möglich.

Gibt es Meta-Physik?

21. Gibt es auch rein physikalisch-empirische Theorien oder Aussagen a priori? Eine Aussage über die Masse der Sonne, obwohl eine nicht direkt verifizierbare Größe, ist a posteriori, da ihr Wahrheitswert aus Tatsachen herleitbar ist. Darüberhinaus ist der Ort der Sonne und die Lage des Sonnenkörpers verifizierbar. Dass die Erde aus einem flüssigen Metallkern besteht und nicht aus einer Hölle, ist nicht empirisch gesichert. Zwei Theorien mit denselben verifizierbaren Folgerungen sind im Prinzip gleichwertig. Enthält jedoch allein eine von ihnen Begriffe oder Aussagen, die nur für nicht verifizierbare Orte oder Zeiten gelten, so ist die andere vorzuziehen. Neben dem Problem, die Gültigkeit einer Theorie zu bewerten (II.4.17), tritt also noch das Problem der Bewertung der Richtigkeit von Theorien auf (vergl. II.4.14). Aus der Tatsache, dass beide dieselben gültigen Folgerungen haben, ergibt sich eigentlich, dass sie als gleich richtig eingestuft werden müssen. Ein gutes zusätzliches Entscheidungskriterium besteht in der Prüfung, ob eine Theorie dieselben Begriffe oder Aussagen sowohl für nachprüfbare und gleichermaßen für nicht verifizierbare Aussagen verwendet: Eine flüssige Metallkugel tritt feststellbar auch an anderer Stelle als im Erdinneren auf, eine Hölle jedoch nicht. Daher gehen wir zur Beantwortung der obigen Frage davon aus, dass eine auf apriorische Aussagen zu untersuchende physikalische Theorie nur Objekte enthält, deren Parameter, die in der Theorie spezialisiert sind, im Allgemeinen auch Werte erlauben, die das Objekt verifizierbar sein lässt.

22. So stellt eine analytische Funktion $X: E^n \rightarrow R,\ n \in \mathbb{N}$, in eine analytische Mannigfaltigkeit, wo $E := [0,1]$ das Einheitsintervall sei, evtl. auch ohne Randpunkte, einen Parameterwert in obigem Sinne dar. Im Falle der Spezialisierung auf $n = 3$ und $R = \mathbb{R}^3$ können diese Funktionen in einer klassischen physikalischen Theorie mit dem empirischen Begriff des Körpers verbunden werden, für $n = 1$ stellt dieses Objekt eine Bahnkurve dar. Es ist klar, dass solch ein empirisches Objekt nur dann verifizierbar ist, wenn ein damit verknüpftes experimentell wahrnehmbares Teilchen an einem dort auftretenden Ort messbar ist. Hat eine geschlossene Bahnkurve jedoch einen so kleinen Durchmesser, dass einzelne Bahnpunkte experimentell nicht auflösbar sind, so ist kein Unterschied zu einem Punktteilchen feststellbar. Daher können zwei Theorien, die Teilchen einerseits mit Punkten und andererseits mit Kurven, geschlossen oder nicht, aber auch mit höherdimensionalen Untermannigfaltigkeiten in Beziehung setzen, sich auf dieselben empirischen Grundannahmen stützen und damit dieselben Phänomene zu erklären versuchen, aber unterschiedliche Folgerungen hervorbringen. Die klassische Quantenelektrodynamik setzt ein Elektron als quantentheoretisches Punktteilchen voraus und kann für bestimmte Situationen die Wahrscheinlichkeit voraussagen, es in einem begrenzten Raumbereich anzutreffen, wenn der Einfluss der Gravitation nicht zu stark ist, in

welchem Fall die Stringtheorie vielleicht zukünftig erfolgreicher sein wird. Sollte sie die Quantentheorie einmal ablösen, dann müssen wir wohl ein Elektron zukünftig als quantentheoretische schwingende Saite in Dimensionen jenseits der vier vertrauten ansehen, genau wie wir es schon gelernt haben, es nicht als ein Teilchen, sondern als ein interferenzfähiges quantisiertes Objekt zu betrachten.

23. Daraus ersehen wir, dass die naive Ansicht, Raum und Zeit hätten die von der makroskopischen Erfahrung gewohnte Bedeutung, nach wie vor unhaltbar bleibt und dass sich unsere abstrakte Vorstellung mit den mathematischen Objekten unserer Beschreibung ändert. Klassisch hat ein Punktteichen keine Struktur, sondern erleidet die Kräfte, die die auf es wirkenden Felder übertragen, quantentheoretisch hat es die Struktur einer abstrakten Wahrscheinlichkeitswelle, auf die die Eigenschaftsoperatoren abhängig von der Reihenfolge wirken. Aber diese „Welle“ können wir als statisch oder zeitabhängig ansehen und kommen so zu gleichwertigen Theorien, dem Heisenberg- oder Schrödingerbild (vergl. z.B. [31] Grawert, §8.2): Im ersteren verändern sich die Eigenschaften, beispielsweise der Ort eines quantentheoretischen unveränderlichen Objekts, im zweiten verändert sich das Objekt mit der Zeit und die zu beobachtenden Eigenschaften bleiben unverändert, beispielsweise die Abfrage des Ortes. Die zweite Theorie ist uns vertrauter, aber sie ist nicht besser als die erste, was auch die natürliche Sprachsymbolik signalisiert, wo es keinen Unterschied zwischen der Aussage, der Ort eines Gegenstandes habe sich verändert, und der Aussage, der Gegenstand habe seinen Ort verändert, gibt. Die nötige Präzision, die den hier gebrauchten umgangssprachlichen Worten nicht ganz anhaftet, wird durch die verwendete mathematische Symbolik gewährleistet ([31]). Auf jeden Fall können wir aber nicht sagen, das Punktobjekt sei durch neueste Erkenntnisse eine Welle, denn es bleibt ein Punktobjekt, dessen Verhalten wir nun aber besser beschreiben können. Daher wird ein Elektron, wenn es sich denn als String herausstellt, doch nicht nur ein String sein, sondern schlicht unser inzwischen vertrautes Elektron, dessen Verhalten dann aber auch in gravitativen Extremsituationen beschrieben werden kann.

24. Auch das klassische Elektron als Punktteilchen ist ein physikalisches Objekt, das elementare Aussagen a priori möglich zu machen scheint; denn die Aussage, es gäbe ein Punktteilchen, kann nicht a posteriori sein, da wir einen Körper dieses kleinen Ausmaßes nie sinnlich oder experimentell eindeutig lokalisieren können. Die entsprechende durch Erfahrung zu belegende Aussage lautet, das Punktteilchen befinde sich in einem bestimmten Raumintervall, so dass nie direkt nachgewiesen werden kann, ob es wirklich punktförmig ist. Als quantentheoretisches Objekt ist das Elektron ohnehin nicht auf einen Punkt lokalisierbar, weil die Energie dafür beliebig zunehmen müsste. Dasselbe gilt für Zeit und Masse und für

die Anzahl insofern, als sie ja an die Lokalisierung von Körpern gebunden ist. Die klassische Elektrodynamik ist eine makroskopische Theorie und wird im Mikroskopischen sicher durch den klassischen Elektronenradius begrenzt, so dass eine mögliche klassische Definition des Elektron-Begriffes darin besteht, ein Körper mit dem Elektronenradius als maximalem Durchmesser zu sein und eine Kennzeichnung zu tragen, die man ‚Ladung' nennt und deren Maß durch Stärke der elektrischen Wechselwirkung gegeben ist. Über magnetische Komponente des Elektromagnetismus ist die Masse des Elektrons bestimmbar und dadurch lässt sich die Ladungseinheit auf die Masseneinheit zurückführen. Damit ist das Elektron zwar nicht als Körper verifizierbar, jedoch als empirisches Objekt über seine Kraftwirkungen und die dadurch verursachten Erscheinungen. Wenn wir also behaupten, es gäbe ein Elektron, so ist das eine Aussage a posteriori.

25. Deshalb scheint das Neutrino, ebenfalls Punktteilchen, aber ohne Ladung, ein besserer Kandidat zu sein, apriorische physikalische Aussagen zu ermöglichen. Es ist durch die zusätzliche Eigenschaft, ein halbes Spinquantum zu tragen, als quantentheoretisches Objekt gekennzeichnet. Die Postulierung seiner Existenz kann man zu dem Zeitpunkt, an dem sie erfolgte, zu Recht als synthetische Aussage a priori bezeichnen, da sie mit dem Ziel erfolgte, die für physikalische Theorien als allgemeingültig vorausgesetzten empirischen Grundaxiome von der Homogenität der Zeit und des Raumes und seiner Isotropie, der Richtungsunabhängigkeit, die Sätze von der Erhaltung der Energie, des Impulses und des Drehimpulses (vergl. [32] Landau, §§6-9) uneingeschränkt zu erhalten. Dennoch war ein Postulat dieses theoretischen Objektes nötig, um in Einklang mit den genannten Grundsätzen, die empirischen Befunde zu erklären oder vorauszusagen. Die Existenz des Neutrinos war aber nicht aus verifizierbaren Sachverhalten herleitbar. Erst, nachdem die Theorie mit zusätzlichen das Neutrino betreffenden Ergänzungen, insbesondere zur Wechselwirkung mit Atomen, versehen war, rückte die Behauptung von der Existenz des Neutrinos in den Bereich des Feststellbaren. An diesem Beispiel erkennen wir, dass der Begriff des Apriori in unserem Sprachrahmen zeit- und theorieabhängig ist, weil die Bedingung der Verifizierbarkeit sich mit dem Erkenntnisfortschritt ändern kann und die Bedingung der Ableitbarkeit nur innerhalb einer Theorie mit ihrer speziellen Axiomatik sinnvoll ist. Eine andere Theorie, die den Satz von der Erhaltung der Energie als nicht zwingend angesehen hätte, hätte auch keine solche Aussage a priori hervorgebracht, hätte sich aber als weniger erfolgreich erwiesen, da Neutrinos inzwischen zu den unzweifelhaft existierenden physikalischen Objekten zählen.

26. Eine Behauptung der Quantentheorie, ein Elektron habe in (der) Wirklichkeit noch die zusätzliche Eigenschaft, eine Welle zu sein, oder der Stringtheorie, ein Elektron sei in (der) Wirklichkeit eine schwingende Saite, gibt es nicht. Im Gegensatz zur klassischen Definition

eines punktförmigen Körpers im Raum, dem der Zustand der elektrisch Ladung zugewiesen ist, wandelt sich quantentheoretisch die Betrachtungsweise dahin, dass der Raum die Eigenschaft haben oder den Zustand annehmen kann, ein geladenes Teilchen zu sein, ein Zustand der quantisiert ist. Die Stringtheorie äußert nichts Anderes, ändert jedoch den Ansatz eines Raumes von vier Dimensionen, für den die spezielle Relativitätstheorie gelten muss, in einen beliebiger Dimension, wo sich die 26-Dimensionalität als das relativitätstheorieverträgliche Minimum herausstellt, und lässt als Lösungen der Bewegungsgleichungen, daher der Name, nicht nur Weltlinien zu, die ja die Orte von Punktkörpern im Laufe der Zeit parametrisieren, sondern auch Weltflächen von Kurven, Strings, oder höherdimensionale Gebilde, wovon ein Parameter immer zeitartig sein muss. Was in diesen Theorien im Gegensatz zur klassischen geschieht, ist die Heranziehung einer reicheren mathematischen Struktur als die eines Punktes, die aber gleichermaßen wie beim erstmaligen Neutrinopostulat nicht verifizierbare Anteile enthält, um die experimentell überprüfbaren Eigenschaften von Elektron oder Neutrino wie Ladung, Masse und Spin und auch ihre Einordnung in eine Teilchenfamilie gleicher Charakterisierung logisch-theoretisch vorherzusagen und zu berechnen.

27. Was das betrifft, hat sich die Quantentheorie als erfolgreicher als die klassische erwiesen und daher ist die Frage sinnvoll, was beispielsweise ein Elektron in (der) Wirklichkeit ist. Nach Definition des Begriffes Wirklichkeit können wir nicht mehr sagen als, dass es ein materieller Körper ist, der keine größeren Ausmaße hat, als der klassische Elektronenradius angibt, eine messbare Ruhmasse und einen Eigendrehimpuls hat, der über das magnetische Moment bestimmbar ist, aber nur zwei Werte annehmen kann, und als Teilchenstrahl außerdem Interferenzerscheinungen zeigt. Alle diese und viele weitere Eigenschaften in der Wirklichkeit machten es nötig, für das Elektron wenigstens das im vorigen Absatz beschriebene quantenmechanische mathematische Objekt statt eines Punktes mit einer Ladungscharakterisierung zu verwenden. **Die Wirklichkeit erzwingt also eine veränderte Realitätssicht** (Absatz 9). **Ein theoretisch-physikalisch-mathematisches Modell ist also eine Beschreibung der Realität und seine verifizierbaren empirischen Bezüge eine Beschreibung der Wirklichkeit**. Die empirischen Objekte dieses Modells der Realität stellen eine mögliche formale Beschreibung der <u>Dinge an sich</u> dar, deren Eigenschaften Aussagen implizieren, für die die darin vorkommenden verifizierbaren Objekte sich als die von den Dingen an sich verursachten Wirklichkeitsobjekte deuten lassen.

28. Über manche Dinge an sich lassen sich nur synthetische Aussagen a priori machen, da sie empirisch, jedoch nicht verifizierbar sind, was sowohl zeit- und theorieabhängig sein kann, wie wir am Beispiel des Neutrinos gesehen haben, als auch grundsätzlich nicht intersubjektiv überprüfbar, wie das Beispiel der personellen Identität zeigt. Diese Aussagen sind

allerdings nach der kantschen Definition ([16] Einleitung, 5.Absatz) keine reine Erkenntnis, da sie empirische Objekte enthalten. Erkenntnis über die Wirklichkeit muss aber per unserer Definition (Absatz 9) empirisch und verifizierbar sein, und die Dinge an sich als Teil der zu beschreibenden Realität werden zwar zusätzlich durch die theoretischen empirischen Objekte ausgedrückt, aber Erkenntnisse über sie sind damit ebenfalls nicht rein. Daher sind diejenigen Theorien unseres Sprachrahmens, die etwas über die Welt aussagen, nicht rein, wenngleich sie synthetische Aussagen a priori enthalten. Aber diese Synthetisierung kommt durch den nicht-analytischen Bezug der empirischen Grundgrößen zur Welt zustande und nicht durch Objekte, deren Gleichheit nicht aus ihrer Bedeutung ableitbar ist, in welchem Fall ein reines synthetisches Urteil a priori vorläge (vergl. aber Absatz 4). Dennoch enthalten moderne physikalische Theorien eine Fülle von theoretischen Objekten, über die synthetische Urteile a priori formulierbar sind, welche einer irreduziblen Theorie, die diese Objekte enthält, beigegeben werden können. Da wir unter Metaphysik eine Aussagenmenge verstehen, die theoretische Sachverhalte enthält (Absatz 4), dürfen wir eine Teilmenge einer physikalischen Theorie mit solchen Objekten, die durch theoretische Behauptungen ergänzt ist, so nennen. Meta-Physik ist nicht nur möglich, sondern durch moderne physikalische Theorien schon gegeben.

29. Folglich gibt es gemäß unseren Festlegungen keine reinen Verstandesbegriffe, die sich auf die außersprachliche Welt beziehen, sondern es sind nur die Kategorien, mit denen wir alle unsere Symbolik, die auf die Welt Bezug nimmt oder nicht, ordnen. Sie sind aber nicht Teil einer Theorie des Sprachrahmens, obwohl sie Gegenstand einer solchen Theorie sein können, sondern Teil des Sprachrahmens selbst, weswegen es aber problematisch sein wird, die zu seiner Herstellung definierten Begriffe zum Thema einer in ihm auszuführenden Theorie zu machen. Der formale Sprachrahmen selbst ist allerdings „verankert durch die Planken eines relativ festen Teils der natürlichen Sprache“ (Einleitung, 3), so dass wir ihn selbst einer metasprachlichen, d.h. umgangssprachlichen, jedoch nicht formalen Bewertung unterziehen können genauso, wie wir ihn in dieser Arbeit mit Hilfe dieser Sprache errichten konnten. Daher finden wir reine synthetische Begriffe a priori nicht in den Theorien eines Sprachrahmens über die Welt, sondern in ihm selbst: Nomen, Identität, Element, Symbol, Objekt, Klasse und weitere sowie die logischen Begriffe sind kategoriale Elemente, synthetisch a priori im kantschen Sinne, da sie ihre Bedeutung weder aus der Erfahrung noch aus formalen begrifflichen Bezügen erhalten, sondern aus der Gegebenheit grundlegender Sprachelemente und ihrem tradierten Sprachgebrauch. Wie weit innerhalb des Sprachrahmens eine formale Theorie des Sprachrahmens möglich ist, wie weit sie über diesen Rahmen transzendiert und wie weit Differenzierungen zwischen den Rahmenbegriffen gehen können, insbesondere bei der Unterscheidung zwischen nunmehr weniger formalem Analy-

tisch und Synthetisch, halten wir für eine lohnende Forschungsaufgabe, die in der Formalisierung von Teilen der Kritik der reinen Vernunft ([16] Kant) gipfeln kann. Wir gehen in den letzten Kapiteln auch ein wenig in diese Richtung.

III.1 - Ontologie

Rätseln wie der Frage, was existiert, können wir uns nur mit unserer Intuition nähern, dürfen aber dabei nicht stehenbleiben.

1. Dass wir nicht durch einen bösen Dämon oder ein raffiniertes technisches System darüber getäuscht werden, dass es eine Außenwelt gibt, ist trotz aller skeptischen Argumentation unsere tiefste Überzeugung. Das ist so, weil wir unter der begrifflichen Voraussetzung einer Außenwelt mit unseren Theorien über sie derartigen Erfolg haben, dass wir keine Zweifel mehr an ihrer Existenz hegen. Ob es sie „in Wirklichkeit“ oder „in Wahrheit“ gibt, ist dabei so unerheblich wie begrifflich unklar. Zwar haben wir die Intuition, das es eine einzige Welt, die Realität, gebe, in welcher eindeutige Tatsachen walten, die Wahrheit, aber zugleich legen die Beispiele der erwähnten Skeptiker und schließlich auch die Ergebnisse der Quantentheorie nahe, dass die Realität nicht so aussehen muss, wie sie uns erscheint, und dass es in ihr keine Entitäten gibt, die wir Tatsachen oder Wahrheiten nennen und die wir wie einen Alltagsgegenstand nur in geeigneter Weise anschauen müssen, um sie zu erkennen. Allgemein von Existenz, allgemein von Wahrheit und abstrakten Entitäten in der Realität zu reden, ist aus dem immer wiederkehrenden Grunde, dass wir nicht wissen können, was das bedeuten soll, da es sich nicht um Alltagsgegenstände handelt, nicht sinnvoll, wenn wir die diese Wörter begleitenden Intuitionen nicht formalisieren, was insbesondere heißt, sie mit Hilfe sprachlicher Symbole auszudrücken, die durch das sprachliche Regelsystem das abbilden, was wir in der Wirklichkeit an Regelmäßigkeit zu erkennen glauben.

2. Ein unmittelbarer Bezug zur Realität der Außenwelt kann nur über unsere Sinne geschehen. Über das, was dort draußen existiert, scheint das zu entscheiden, was wir sinnlich erfahren. Nein, es ist viel weniger: Wir wissen alle, wie menschliche Behauptungen zu werten sind, er habe jemand Bestimmten dann und da gesehen. Solche Aussagen sind zu ungenau, um in einer wissenschaftlichen Theorie Platz zu haben, obgleich sie vor Gericht mangels besserer Existenzkriterien Verwendung finden. Selbst die Beschreibung einer Farbwahrnehmung gibt keine Auskunft über die Farbe, wie genau sie auch beschrieben wird, sondern höchstens über die Wahrnehmung einer Farbe. Und das ist im Prinzip umgekehrt nicht anders, wenn wir Frequenz- und vielleicht sogar noch Intensitätsangaben machen, weil wir wissen, dass der Farbeindruck auch von letzterer abhängt; denn wir können nicht voraussetzen, dass das, was die Realität an dieser Stelle zu diesem Zeitpunkt in uns als Farbempfinden verursacht, genau das ist, was durch Frequenz- und Intensitätsangaben gekennzeichnet ist. In beiden Fällen setzen wir also ein sprachliches Konstrukt, den farbigen Körper oder den Farbeindruck, an die Stelle eines Dinges der Realität und verbinden es mit unseren nicht-

sprachlichen Sinnesempfindungen. Diese Verbindung ist jedoch derart unsicher, dass in der Geschichte der Philosophie die Verlässlichkeit der Erfahrung immer wieder zu Recht geleugnet wurde. Dennoch ist sie unverzichtbar, wenn wir nicht in ungehemmte Spekulation abgleiten wollen, aber sie ist in unserem Sprachrahmen auf ein Minimalmaß reduziert, das wir ‚empirische Grundgrößen' nennen (II.4.6). Mit der Wahrnehmung von Sprachsymbolen, die mit empirischen Größen verbunden sind, ist die Fähigkeit des wahrnehmenden Subjektes verknüpft, jenseits der Sprachwelt einfache Feststellungen zu treffen, die zu einer Bewertung von empirischen Aussagen führt, die wir ‚Gültigkeit' genannt haben (II.4.9f). Diese im Einzelnen äußerst komplexen Vorgänge im Subjekt bezeichnen wir mit <u>Wahrnehmungswechselwirkung</u>.

3. Eine moderne Ontologie kann die Welt mit der Absicht, sie zu erkennen, demnach nur dreigeteilt auffassen: die Realität der Dinge an, Erkenntnissubjekte als Teil in ihr und Wahrnehmungswechselwirkung zwischen ihnen und diesen Teilen der Realität - aber hiermit reduzieren wir, ohne es zu wollen, wieder alles auf Sprachsymbolik, die ja einen kleinen Bereich dieser Wechselbeziehung ausmacht; denn was ist es Anderes, wenn wir diese drei Begriffe nennen! Wir stecken immer wieder im Dilemma des Selbstbezuges, wenn wir auf die Welt referenzieren wollen, und dieser Selbstbezug führt immer wieder auf die Sprache als das erfolgreichste Werkzeug, mit dem Teile der Realität die gesamte Realität zu fassen versuchen. So ist jede Bezugnahme auf sie auf einen sehr kleinen, diskreten und endlichen Teil ihrer zurückgeworfen: Symbolik. Wir beschränken uns noch dazu auf eine Sprachsymbolik, mit der wir ein kleines Universum aus wohlabgegrenzten Einzelteilen, den Grundzeichen und Nomina, bauen, in dem Gesetze herrschen, die Syntaxregeln, die der grundsätzlichen Regelhaftigkeit der Realität nachgebildet sind. Dieses Sprachuniversum ist die radikale Entkleidung des gesamten Universums bis auf singuläre Termini, auf Körperchen ohne Masse, ohne Zeit und ohne Ort insofern, als nur ihre Reihenfolge zählt, und ihre Gestalt ist identisch mit ihrem Namen.

4. Der kaum fassbare Selbstbezug entsteht dadurch, dass wir die Schöpfer solcher Körperchen sind und mit ihnen anschließend wechselwirken. Wie wir die Realität verändert haben, ist dabei unerheblich, es kommt nur darauf an, dass unser Wahrnehmungs- und mentaler Apparat diese Zeichenteilchen immer denselben mentalen Repräsentationen (siehe III.2) zuordnet, was wir dadurch ausdrücken, dass Bildung, Wahrnehmung und anschließende Neuformung in derselben Klasse von Zeichen bleiben, die wir den Typ nennen (I.1.5 und I.2.1). Nur auf das Symboluniversum haben wir einen Zugriff, der die mögliche Skepsis an Exaktheit und Eindeutigkeit unserer Sinne auf ein Maß reduziert, das, würden wir es auch als Gegenstand des Zweifels zulassen, jegliche Erkenntnisfähigkeit verneinen müsste. Erkennt-

nis, insbesondere auch ontologische, philosophisch oder physikalisch, besteht zum größten Teil in der Wahrnehmungswechselwirkung mit Sprachsymbolen, zu einem sehr kleinen Teil mit der Welt jenseits dieser Symbolik, aber an Symbole gekoppelt, nämlich der Wahrnehmungsausrichtung auf vorgegebene Raumgebiete, wo sich vorbestimmte Körper oder sprachliche Symbole befinden, meist von Analog- oder Digitalanzeigen, aber auch auf Bereiche des mental-Empirischen. Mit dieser Grundsymbolik sind zwar auch komplizierte experimentelle Handlungen oder komplexe umgangssprachliche Äußerungen verknüpft, das umgangssprachliche Gerüst, dennoch bleibt es immer dabei, dass Erkenntnis der Realität, die einen strengen Wahrheits- und Objektivitätsanspruch hat, nur radikal symbolisch erfolgen kann. Mit dieser Aussage stoßen wir wieder auf die Problematik der Sprache, da dieser Satz einen Begriff beinhaltet, der eigentlich erst in einer exakten Theorie eines formalen Sprachrahmens definiert werden dürfte: Erkenntnis. Wenn wir ihn dennoch hier wie so oft in dieser Arbeit verwenden, so sind wir uns dessen bewusst, dass die in dem natürlichprachlichen Gerüst ausgesprochenen Sätze niemals den Wahrheitsanspruch haben können, der formalen Behauptungen zukommen kann. Und wiederum müssen wir darauf hinweisen, dass das nur gilt, wenn wir den Wahrheitsbegriff so eng fassen, wie wir es in unserer formalen Metatheorie getan haben (II.1.21).

5. Unsere Ontologie besteht aus der Realität aller Dinge an sich, unter denen sich die wahrnehmenden Subjekte und ihre Symbole befinden, und der Wahrnehmungswechselwirkung zwischen Subjekt und manchen Objekten. Wir erleben eine Erscheinung privat und objektivieren sie durch Angabe empirischer Größen, weswegen jeder Beobachter den Eindruck hat, die Erscheinungen seien Wechselwirkungen ein und desselben eventuell physikalischen Körpers mit jedem subjektiven Beobachter. Wenn ein Modell dieses Wirklichkeitsausschnittes diesen Körper mit einem Nomen benennt, das auf alle Daten dieser gemeinsamen Erscheinung verweist, dann ist damit ein ‚Ding an sich' benannt. Dieses Ding ist jedoch nicht etwas hinter den Erscheinungen, sondern ein interner Teil der Sprachwelt im Unterschied zum externen Begriff ‚Erscheinung', der durch die Beschreibung der Sinnentätigkeit seine zusätzliche Bedeutung erhält. Erscheinungen bilden die Oberfläche der Wirklichkeit, die wir durch unsere Sinne abtasten können. Ob sich hinter dieser Sinnenoberfläche ein Raum der Dinge an sich ausbreitet, können wir nur durch unseren Verstand erfahren, der uns sprachliche Modelle von ihm entwirft, die wir dann als richtig ansehen, wenn ihre Voraussagen sich auf der Oberfläche der Erscheinungen als gültig erweisen.

6. Nicht nur subjektive Erkenntnis der Realität, die nicht noch forschenden, sondern einen nicht zu eng zu verstehenden endgültigen Charakter hat, besteht unter dieser Sicht in einer Sammlung von formalen Theorien, die alle den Anspruch haben, widerspruchsfrei und empi-

risch gültig zu sein, und die mindestens insofern vernetzt sind, als sie sich auch nicht gegenseitig widersprechen dürfen, was formal nichts anderes heißt, als dass diese Theorien zu einer einzigen zusammengefasst werden können. Scheinbar ist das gar nicht möglich, da wir ja wissen, dass Quanten- und Relativitätstheorie nicht vereinbar sind. Diese Tatsache wird aber nur in Energie- oder Längenbereichen problematisch, in denen beide physikalischen Modelle zugleich angewendet werden müssten. Gegenwärtig koexistieren sie friedlich nebeneinander, was formal durch Messwertestreuung zum Ausdruck gebracht wird, die den geringen Einfluss einer auf eine andere Größe überdeckt: Nichtempirische statistische Theorien, die geeignet sind, Messergebnisse einzuordnen und damit die Richtigkeit von empirischen Theorien zu entscheiden, sichern daher ihrer beider Gültigkeit in klar abgrenzbaren Bereichen.

7. Was bezeichnen wir mit ‚Realität der Dinge an sich'? Nach II.5.9 ist ‚Realität' nur ein Nomen, das in einer formalen Theorie unsere Ahnung und Vorstellung von der Existenz einer Außenwelt, die nicht mit der erlebten Wirklichkeit übereinzustimmen braucht, dadurch wiedergibt, dass sie sprachliche Bezüge zu den empirischen Objekten, die Symbole für die Dinge an sich sind, und den empirischen Größen, die elementare Erscheinungen symbolisch anzeigen, herstellt. Durch diese sprachlichen Symbolzusammenhänge versuchen wir, unsere Vorstellungen zu modellieren. Wenn wir also sagen, dass es eine Realität hinter den Erscheinungen gibt, so soll diese Redewendung eine Umschreibung für die Tatsache sein, dass wir eine philosophische Theorie haben, in der das Nomen ‚Realität' als formaler Bezeichner auftritt und die den Anspruch hat, etwas von dem zu formalisieren, was wir uns bei der umgangssprachlichen Erwähnung dieses Wortes vorstellen. Daher hat das Wort Realität keinen Bezug zur Welt, sondern zu einer Theorie, die die Welt modelliert, und hieran wird das deutlich, was wir die unfassbare Selbstreferenzierung nennen: Das erkennende Subjekt ist Teil der Realität und damit auch Teil einer Theorie über diese Realität. Diese Theorie wird aber durch das Subjekt, das die Theorie als Teil der Realität erklärt, auf seine Wahrheit und Richtigkeit geprüft. Wenn sie also behauptet, das Subjekt sei außerhalb der Sprachwelt oder außerhalb des Subjekts gebe es keinen bösen Dämon und kein technisches System, die das Subjekt über die Wirklichkeit täuschen, so muss das Subjekt darüber entscheiden, was in diesem Falle keinen Test auf die Gültigkeit der Theorie darstellt, sondern eine Voraussetzung. Das ist also unsere Ontologie: Wir setzen die Existenz einer Realität voraus und verneinen die Existenz von Teilen der Realität, die uns in unauflösbare Erkenntniskonflikte treiben. Was bleibt uns eigentlich Anderes übrig, wenn wir Erkenntnistheorien aufstellen wollen? Sollten sich ernstzunehmende Hinweise für derartige Konflikte auftun, so sollten wir unseren Sprachrahmen mit dem Ziel verändern, Selbstreferenzierungen zuzulassen. In einem solchen Rahmen könnte dann vielleicht sogar die Russelsche Klasse als ein mathematisches

Objekt aufgenommen werden, das sich selbst enthält und dennoch keine logischen Widersprüche erzeugt.

8. Was bleibt als Voraussetzung für unsere Ontologie? das Subjekt mit seiner Wahrnehmung und die von ihm geschaffenen Symbole in Wechselwirkung mit dem Subjekt vermittels seiner Wahrnehmung: Der Mensch ist das Maß aller Dinge! Als aber der Mensch noch nicht war, existierte die Welt dennoch ohne ihn, er sei also nicht maßgebend, so lauten Aussagen in empirischen Theorien, die als Begründung zu Recht empirische Daten vor dem Auftreten des Menschen vorweisen können. Die Theorien sind allerdings etwas vom Menschen Gemachtes, setzen ihn also voraus, und die in diesen Theorien behaupteten Tatsachen sind lediglich gültige formale wahre Aussagen, die ihre Richtigkeit erst dadurch beziehen, dass die menschlichen Erkenntnissubjekte sie empirisch überprüfen konnten. Sind keine Menschen mehr in der Welt, aber existieren die Theorien mitsamt eines Dekodierungsschlüssels weiter und nehmen wir an, dass irgendwann intelligente Subjekte sie in einer Weise interpretieren, wie ihre Schöpfer sie auf die Realität bezogen haben, so sind viele der darin ausgesagten Tatsachen sicherlich in der Weise gültig, dass die intelligenten Subjekte die Richtigkeitskriterien mit demselben Erfolg anwenden und daher vielleicht sogar Aussagen über die Realität beziehen können, die ihnen bisher unbekannt waren. Eine undifferenzierte oder gar verneinende Aussage über die Existenz der Welt, wenn sie gefunden wird, beweist ihre Existenz, da die Voraussetzung, dass außerdem ein interpretierendes Subjekt da sein muss, eingeschlossen ist. Und wenn sie nicht gefunden und interpretiert wird, so übernimmt die Behauptung, da liege eine uninterpretierte Aussage über die Welt, die Rolle der ersteren, so dass es keinen Sinn macht, über die Frage nach der wirklichen Existenz einer Welt ohne Subjekte nachzudenken, sondern nur Sinn, auf eine formale erfolgreiche gültige widerspruchsfreie Theorie hinzuweisen, die die Existenz der Welt auch ohne Subjekte behauptet. Ob sie in Wirklichkeit existiert, ist nicht feststellbar, da dazu Subjekte nötig sind. Daher sind manche Aussagen in einer solchen Theorie synthetisch a priori und haben metaphysischen Charakter genau wie Äußerungen über Strings und das Innere schwarzer Löcher. Obgleich erstere uns viel weniger abartig vorkommen, haben die postulierten Dinge in allen diesen Aussagen dieselbe ontologische Stellung.

Die Ontologie unseres Sprachrahmens

9. Wir führen eine vollständige Trennung der Welt durch in einen Teil, der das Objekt unserer Ontologie ist, in einen zweiten, der aus den Symbolen besteht, in der wir die Ontologie kodieren, und drittens in den (neuronalen) Apparat, mit dem wir diese Symbole kodieren und dekodieren können. Diese Teile nennen wir außersprachliche, Sprach- und Innenwelt. Diese Teilung der einen einzigen Welt in ein Innen und Außen, welche den eigenen Körper außer dem interpretierenden Apparat einschließt, ist als Voraussetzung für objektive Erkenntnis subjektabhängig. In die Innenwelt des Subjekts dringt durch Tätigkeit oder Erleiden, durch forschende Handlungen oder passive Wahrnehmungen zum Beispiel, Information aus der Außenwelt, insbesondere aus der Sprachwelt. Innerhalb der Sprachwelt treten sogenannte interne und externe referenzielle Verbindungen auf, und letztere enthalten Hinweise an und sind nur verständlich durch das interpretierende Subjekt genauso, wie sogenannte empirische Begriffe. Externe und empirische Begriffe sind Sprachsymbole, die ihre Bedeutung auch durch Wechselwirkung mit der subjektiven Innenwelt erhalten, während alle sonstigen Sprachsymbole außerhalb des Subjektes und damit objektive Bedeutung durch eindeutige und präzise gekennzeichnete Bezüge untereinander bekommen, also, für sich genommen, nicht vom interpretierenden Subjekt abhängen. Da sie jedoch nicht vom Sprachrahmen abtrennbar sind, der seine ordnenden Leistungen nicht aus sich selbst bringen könnte, sondern auf die Fähigkeiten des deutenden Subjekts angewiesen ist, beziehen auch die formal definierten Begriffe ihre Bedeutung doch wieder aus ihrem Eingebettetsein in die interpretierende natürliche Sprache des Subjekts. Bis auf Bewusstseinsleistungen ist die Situation im Prinzip dieselbe wie die eines Programms, das durch einen Computer interpretiert und ausgeführt wird, wobei die höhere Leistung des Menschen insbesondere aus seinen Sprachhandlungen (I.3) und der Kommunikation untereinander besteht.

10. So scheint es, dass Wittgenstein und Quine doch Recht behalten, wenn sie Bedeutung als nicht fassbar bezeichnen (II.2). Umgangssprachlich ist sie so schillernd, dass eine einzige formale Definition ihr Spektrum nicht umgreifen kann. In II.2 haben wir aber nur den sprachanalytischen Teil formal gefasst, der ontologische bezieht sich auf die Wechselwirkung von Subjekt und Sprachwelt und ist daher ohne Selbstreferenz (Absatz 4f) nicht formalisierbar, wenn wir nicht versuchen, wiederum einen Teil abzuspalten, der dann in einer Theorie des Wissens innerhalb des Sprachrahmens begrifflich differenzierend und den Bedeutungsbegriff einengend die Wirkung der Sprachwelt auf das Subjekt beschreibt (III.2.17f). Die Philosophie unseres Sprachrahmens setzt aber immer voraus, dass es ein Subjekt gibt und eine zur Sprache gestaltbare Außenwelt, mit der das Subjekt in Austauschbeziehung tritt. Diese drei ontologischen Setzungen kann das wechselwirkende Subjekt dann vornehmen,

wenn die Art der Wechselbeziehung das erlaubt. Davon, dass die Realität es erlaubt, kann jeder Leser dieser Zeilen sich unmittelbar überzeugen. Es ist im umgangssprachlichen Sinn verifizierbar. Eine andere Vorstellung von der Welt ist möglich und als metaphysische Theorie innerhalb eines Sprachrahmens durchführbar, aber niemals außerhalb der Sprache in einer intersubjektiv feststellbaren Weise - so scheint es, bis jemand vielleicht, besondere noch unentdeckte Fähigkeiten des Menschen ausnutzend, einen Kommunikationsrahmen entwickelt, der keine Sprachelemente enthält oder wenigstens über sie hinausgeht, aber seine Präzision nicht schmälert. Auf denn!

11. Sprache, Begriffe, Zahlen existieren nicht als besondere Seinsweisen in der Welt. Sie existieren durch die sie schaffenden Subjekte zunächst als konkrete Veränderungen in ihrer Umgebung, die, wie sie sich gegenseitig versichern, bei ihrer Wahrnehmung zu denselben Vorstellungen führen, die wiederum durch eine konkrete Änderung der Umwelt geäußert werden können, die aber dadurch in anderen Subjekten keine geänderten Vorstellungen hervorrufen. Das Subjekt reagiert auf unterschiedliche Gegebenheiten des betrachteten Objekts in derselben Weise. In der hier verwendeten Kodierung von Sprache, Begriffen und Zahlen sind zuerst die konkreten Grundzeichen gemeint, die sich zwar in ihrer Ausformung (token), aber nicht in ihrer Bedeutung, d.h. in den Reaktionen der Subjekte bei der Wahrnehmungswechselwirkung (type), unterscheiden. Dann aber gibt es die externen Begriffe, auf die das Subjekt bedeutungsvoll reagiert, indem eine wahrgenommene Zeichenreihe eine Handlung veranlasst. So veranlasst die Wahrnehmung eines Textes der Form $x := y$ oder $x :\in y$ eine Änderung der Wechselwirkung des Subjekts mit den Wörtern x oder y, da sein „Handlungsprogramm“ durch diesen Text verändert wurde, indem es die neue Situation in sein Gedächtnis gespeichert hat. Dadurch ändern die konkreten Symbole oder Symboltypen jedoch nicht ihre Seinsweise.

12. Wird ‚Menge $:\in$ Objekt', ‚$\varnothing :\in$ leer', $1 := \{\varnothing\}$ und dergleichen definiert, so entstehen dadurch keine neuen Objekte in der Welt, sondern die Wechselwirkung des lesenden Subjekts mit seinen Symbolen verändert sich insofern, als es sich durch freie Vereinbarung zu veränderten manipulativen Handlungen an den Symbolen veranlasst sieht. Eine Wortreihe der Form $\forall n \in \mathbb{N}\ (n+1) :\in \mathbb{N}$ besagt lediglich, dass, wenn ein Nomen eine Elementbeziehung zu dem Nomen $\mathbb{N}$ besitzt, das dann auch für $n+1$ gelten soll, was nur die Formalisierung einer unmissverständlichen Vereinbarung in der Umgangssprache ist. Dadurch entsteht keine neue ontologische Entität $\mathbb{N}$, sondern dieses Einzeichenwort erhält veränderte interne Beziehungen zu anderen Symbolen und damit wird zugleich eine Umgestaltung der Wechselwirkungsprozesse der Subjekte mit Texten, in denen das Wort auftritt, veranlasst. Begriffe und Zahlen stellen damit keine besonderen ontologischen Entitäten dar. Das ändert sich

auch nicht, wenn das interpretierende Subjekt die Symbole mit Wahrnehmungen jenseits seiner Sprachwelt verbindet. Das Abzählen ist der einfache Akt des Gegenüberstellens von Zahlsymbolen an die wahrgenommenen abgrenzbaren Einzelgegenstände. Das ist keine Sprachhandlung nach Art der für diesen Sprachrahmen in I.3 beschriebenen, sondern dies ist die synthetisierende Bereicherung eines formalen Begriffes durch Empirisches (II.4). Geschieht das Zählen nicht konkret, so hat es rein internen, in der Mathematik funktional definierbaren, also einen formalen Charakter und ist mit keiner Entität, weder empirisch noch sonstwie, außerhalb der Sprachwelt verbunden. Daher gibt es keine zusätzlichen ontologischen Gegenstände, auf die sich reine mathematische Begriffe beziehen. Mathematik ist rein nominalistisch.

13. Auch die meisten sprachlichen Begriffe außerhalb der Mathematik sind ohne jeden Bezug zu Gegenständen außerhalb der Sprachwelt. Dass wir den Eindruck haben, ein Begriff sei etwas Anderes als der Typus der Zeichenreihe, der durch einen bewussten Akt der Äquivalenzbildung konkreter Vorkommnisse entsteht, kann daran liegen, dass wir hier die Identifizierung von Wahrnehmungsinhalten bewusst vornehmen. Die Kriterien, nach denen wir ein „A" als solches erkennen, egal wie es realisiert ist, wird im Prinzip nicht anders in unserem Gehirn implementiert sein als ein Mustererkennungsprogramm in einem Computer. Wenn wir es „einschalten" und anwenden, so ist der damit verbundene Vorgang vergleichbar mit der Äquivalenzklassenbildung in einer formalen Theorie des Sprachrahmens. Dort setzen wir ein neues Nomen, das bisher noch kein Symbol war, in Beziehung zu allen, die nun als äquivalent gelten sollen, und haben somit diesem Nomen eine neue, überhaupt eine Bedeutung gegeben und damit einen bedeutungsvollen Gegenstand in unserer Sprachwelt neu geschaffen. Hier geschieht Vergleichbares: Das Neue, das im Gehirn entsteht, äußern wir im Falle des „A" als ‚Typ von A', um auszudrücken, dass wir bestimmte Gemeinsamkeiten der konkret wahrgenommenen Realisierungen zusammenfassen, aber oft als einen einzigen Begriff, beispielsweise ‚Auto', ohne uns dessen bewusst zu sein, dass eine Äquivalenzklassenbildung in unserem Erinnerungsspeicher, oder wo auch immer, stattgefunden hat. Auch alle Abstrahierungen kommen durch solche Vorgänge zustande und die zugehörige Äußerung ist eine zusätzliche Leistung des Gehirns, besonders differenziert beim Menschen, die die neuronale Verknüpfung der Wahrnehmungsinhalte vieler Vorkommnisse nun auch mit einem Ablauf des Lautbildungsapparates, Wortäußerung, oder der Feinmotorik, Schriftäußerung, verknüpft. Abstrakta oder Universalien bilden daher keine besonderen ontologischen Entitäten.

14. Das Unendliche, eine Fiktion, etwas Gemachtes, ist kein mathematisches und schon gar kein physikalisches, sondern ein sprachliches Phänomen. Wir haben Handlungsmuster zur

Verfügung, die uns befähigen, an ein Wort ein Doppel anzufügen und zu erklären, dass dieses neue Wort in Elementbeziehung zum Wort ‚Nomen' gesetzt werden soll: $\forall x \in$ Nomen $x \sqcup x :\in$ Nomen. Wenn die Bedingungen der Außenwelt es zuließen, könnten wir es konkret verdoppeln, aber meistens ist das nicht der Fall. Wenn wir ein Wort x verdoppeln, umbenennen $x := x \sqcup x$, wieder verdoppeln und neu benennen und das mit einem konkreten Wort von einer Million Buchstaben einige hundert Male wiederholen, was sich alles Schritt für Schritt konkret äußern lässt, dann übersteigt die Zahl der Buchstaben die Atome im Weltall. Wenn wir solch ein Wort für existent halten, scheint es daher einer anderen Seinssphäre angehören zu müssen. Daher ist auch Nomen nicht eine Zusammenfassung aller möglichen, sondern höchstens aller geäußerten Wörter. Nicht ein Wort von 1001 Zeichen gibt es konkret, wenn wir $x \sqcup x$ hinschreiben und x auf ein Wort von 500 Zeichen verweist, sondern höchstens den Satz ‚Es gibt ein Wort von 1001 Zeichen' und den dazugehörigen Beweis, der $x \sqcup x$ enthält. Selbst wenn x empirisch ist, müssen wir erst, wenn wir $x \sqcup x$ zu einem empirischen Grundobjekt erklären und den Anspruch erheben, unser Satz sei gültig, die konkreten 1001 Zeichen in der Außenwelt nachweisen.

15. In I.4.10 wurde die Bedeutung des Existenzquantors extern definiert. In diesem Sinne existiert das genannte Wort, da die Aussage $\forall x \in$ Nomen $x \sqcup x :\in$ Nomen nicht weiter besagt als, dass irgendeine Verdoppelung eines Nomens wieder ein existierendes Nomen sein soll. Es kommt nicht darauf an, ob man es aufschreiben kann, sondern es kommt nur auf das Symbolziel (I.2.21) von x und auf die Definition von $x \sqcup x$ an (I.2.3f). Wenn nämlich x in der Außenwelt aufgeschrieben ist, wie diese Zeilen unter den Augen des Lesers, so möchte man dann darauf verzichten, auch das Symbolziel von $x \sqcup x$ zu äußern, wenn es zum Verständnis nicht notwendig oder der Energie-, Material- oder Zeitaufwand ungerechtfertigt hoch ist. Für den Nachweis der Existenz innerhalb dieses Sprachrahmens genügt es zu wissen, dass x existiert, und, wie $x \sqcup x$ definiert ist, genauso, wie es für die Existenz der Potenzmenge Pot(x) genügt, ihre Definition zu kennen und um die Existenz von x zu wissen. Der Sprachaufbau erfolgt ja nur durch wenige zu äußernde Wörter, von denen die wenigsten klassische singuläre Terme sind. In der Mathematik haben wir mit ‚$\varnothing$' und ‚Menge' zwei Nomina, aus denen die ganze mathematische Spracherweiterung mit Hilfe der Mechanismen unseres Sprachrahmens gebildet werden kann. Er selbst benötigt die Einzeichenwörter aus den Grundzeichen mit der Technik der Wort- und Satzbildung (I.2), weswegen wir zum Verständnis der Existenz von Nomina ihre externen Beschreibungen (I.1 bis I.4) verstehen müssen. Damit ist Existenz in der Sprachwelt zurückgeführt auf die wahrnehmbare Existenz von sprachlichen Vorkommnissen, ohne dass damit sprachliche Existenzaussagen die von sprachlichen Vorkommnissen einschließen. Als Beispiel nennen wir die Aussage $\forall n \in \mathcal{N} \exists x \in$ Nomen $\#x = n$, wobei mit $\#x$ die in x auftretende Teilwortanzahl gemeint ist.

16. Der Beweis dieser Aussage macht von den Gleichungen $\#(n+1) = \#n+1$ ($n+1 := n\sqcup 1$) per Definition der Addition in $\mathcal{N}$) und $\#0 = 0$ Gebrauch, wobei letztere durch Definition zustandekommt, die hier dem natürlichen Sprachgebrauch widerspricht, da $0 = ()$ ein Grundzeichen ist (I.2.5). Aber gerade daran wird das Prinzip unseres Sprachrahmens deutlich: Er formalisiert die natürliche Sprache und lässt nur so wenig Bezüge zur Sprachweltwirklichkeit zu, wie nötig. Und schließlich verwenden wir ja andererseits die Klammerung in der Umgangs- oder der mathematischen Metasprache ([10] Tuschik, 2.2) auch nicht als Sprach- sondern als Ordnungszeichen. Die Gleichung $\#n = n$ kann nun durch metasprachliche Induktion bewiesen werden, die das entscheidende sprachliche Prinzip zur Herstellung weiterer unendlicher Gesamtheiten neben $\mathcal{N}$ ist: Enthält eine Aussage A die Variable n von $\mathcal{N}$, so gilt (‚n := 0 et A' $\wedge$ ‚$\forall n \in \mathcal{N}$ A $\Rightarrow$ n := n+1 et A') $\Rightarrow$ ($\forall n \in \mathcal{N}$ A). Mit der Aussage am Ende des vorigen Absatzes haben wir daher den Begriff ‚unendlich' präzisiert: ‚Nomen' ist unendlich, wenngleich ein präzises Prädikat ‚unendlich' unseres Sprachrahmens gerade ‚Nomen' nicht enthalten darf. Es ist klar, dass der Unendlichkeitsbegriff kein empirischer Begriff ist, so dass zwar in diesem Sinne unendliche sprachliche Gegenstände existieren, aber keine unendlichen Gegenstände der Außenwelt, deren Unendlichkeit verifizierbar wäre. Wenn es sich um empirische unendliche Dinge handelt, sind sie theoretisch (II.4).

17. Da wir die Sprachelemente nichtempirisch nennen, obwohl sie am Beginn ihrer Konstruktion auf empirisch erfahrbare Vorkommnisse gegründet sind, den konkreten Realisierungen von Grundzeichen, ist auch ihre Existenz eine andere: raum-, zeit- und massenlos. Erst empirische Gegenstände bekommen eine dieser Eigenschaften. So ist ein konkret aus einem bestimmten Text ausgewähltes Wort ein empirisches Objekt, ein physikalischer Körper. Dasselbe Wort als Typ, als Nomen, ist nichtempirisch. Durch Verbindung der physikalischen Grundgrößen Ort, Zeit, Masse oder (endlicher) Anzahl oder von mentalen Grundgrößen mit einem Nomen verwandeln wir es in ein empirisches Objekt. Wenn wir dann von seiner Existenz reden, so ist neben der sprachlich-mathematischen Bedeutung gleichzeitig eine Existenz gemeint, die sich auf zusätzliche Erfahrung bei der Festlegung oder Feststellung von empirischen Größen gründet, wenn eine Aussage über ein solches Objekt denn verifizierbar ist. Ein schwarzes Loch ist sicherlich ein theoretisches physikalisch-empirisches Objekt, aber unterscheidet sich doch von einem (empirisch) reinen Objekt durch den Grad seiner Vernetzung mit verifizierbaren Objekten. Entsprechend diesem Grad würden wir seiner außersprachlichen Existenz eine von Null verschiedene Wahrscheinlichkeit zuordnen können. Die Definition solch einer Bewertung in einem präzisen Sprachrahmen scheint eine lohnende Forschungsaufgabe, aber unabhängig von solch einer Bewertung ist die Existenz eines schwarzen Loches in der Realität in etwa genauso gesichert wie die von Troja, jedoch

nicht nur wie die des trojanischen Pferdes (II.5.11). Obwohl wir intuitiv zu einer anderen Einschätzung neigen, schaffen theoretische Realitätsobjekte der abstrakten Physik im Gegensatz zu scheinbar konkreten Angaben keine neuen Entitäten.

18. Damit basiert unsere Ontologie auf unmittelbarer elementarer intersubjektiv nachprüfbarer Anschauung, letztlich nur auf wahrnehmbarer Unterscheidbarkeit und damit verbundener relativer Ortsbestimmung, das Uhrablesen und die Massenwägung eingeschlossen, was das Physikalische, und auf nur subjektiv Erfahrbarem, aber in intersubjektiv gleicher Weise beschreibbar, was das Mentale angeht. Jede darüber hinausgehende komplexere Erkenntnis ist zwar manchmal auch noch erfahrbar, jedoch nicht nachprüfbar. Alle komplexeren physikalischen Erfahrungen wie beispielsweise eine Farbwahrnehmung ([21] Tetens, III.7) lassen sich auf die genannten Grunderfahrungen zurückführen und haben daher nur die höchstmögliche Präzision, wenn das tatsächlich geschieht. Den Beweis der Existenz eines physikalischen Objektes darf man daher allenfalls aus praktischen Erwägungen mit einer subjektiven Farbempfindung begründen. Alle anderen Existenzvorstellungen, an die wir uns schon gewöhnt haben, entnehmen wir kühn mathematischen oder empirischen Theorien. Eine Menge „ist“ keine Zusammenfassung von mathematischen Objekten, existiert nicht als solche, sondern ist, im Sinne von ‚existiert als’, ein spezielles Nomen in unserem Sprachrahmen, das bestimmte wohldefinierte Bezüge zu anderen aufweist. Sogar förderlich für eine erfolgreiche Forschung kann die erstgenannte Vorstellung sein, hinderlich oder falsch, wenn man damit Aussagen begründet. Der Durchmesser eines Elektrons kann gar nicht unmittelbar festgestellt werden, sondern nur über eine Aussagenverflechtung innerhalb einer Theorie (II.5.9). Dennoch reden wir so, als wenn es sich um ein Punktobjekt handelte, obwohl auch andere Vorstellungen in den Bereich des Realen treten, wie die Stringtheorie zeigt. Diese Sprechweise hat jedoch die in diesem Rahmen aufgebaute Bedeutung: Ein Elektron „ist“ kein Punkt, existiert nicht als solcher, sondern ist durch wohldefinierte Bezüge zu Nomina einer empirischen Theorie gekennzeichnet. Dieser Sprachrahmen ist im Grundsätzlichen so gestaltet, dass er die Überzeugung des Autors ausdrückt, wir hätten nur durch unsere unmittelbaren Sinne oder Empfindungen Kontakt zur Realität und könnten daher unsere Überzeugungen über das Dasein von Dingen nur auf sie stützen, wobei das Prinzip der Minimierung der Hilfsmittel zur Maximierung von Präzision und Widerspruchsfreiheit angewandt wird.

19. Mathematik und jede Theorie wie Physik oder Metaphysik sind ontologisch ein Teil der Sprachwelt. Zahlen sind nichts Anderes als Symbole und Nomina. Dass das Abzählen auch von rein sprachlichen Objekten und nicht nur von physikalischen Körpern möglich ist, dass das Abzählen auch über die nachweisbare Existenz von empirischen Objekten ins Unendliche laufen kann und nicht von der Zeit abhängig ist, scheint die Zahlen in eine besondere

Seinssphäre zu heben. Zur Definition der Unendlichkeit bedarf es jedoch nur einer endlichen sprachlichen Form wie zum Beispiel $\forall n \in \mathcal{N}\ (n+1) :\in \mathcal{N}$ und die Beschreibung des Umgangs mit diesem Ausdruck, worin nichts Unendliches liegt. **Der Begriff des Unendlichen und des mathematischen Kontinuums ist der geniale und, wenn formal definiert, erfolgreiche Versuch, mit den endlichen und diskreten Mitteln der Sprache das zu beschreiben, was uns als unbegrenzt oder unzerteilt erscheint**. Wenn wir aber alle Elemente von $\mathcal{N}$ konkret zu Papier bringen wollen, stoßen wir bald an physikalische Grenzen. Dagegen bleiben unsere Sprachhandlungen, richtig gelesen, beherrschbar, da sie uns nie zwingen, Handlungen beliebig oft zu wiederholen. Jede Theorie wird in diesem Rahmen aufgebaut, ist also rein nominalistisch. Lediglich gegebenenfalls wenige direkte empirische Bezüge von endlicher Zahl gehen darüber hinaus.

20. Die extern beschriebene Redewendung ‚sei x aus y' dient dazu, den Beginn einer Behauptung oder eines Beweises einzuleiten, die für alle Elemente von y etwas aussagen oder nachweisen soll. Damit wird sprachlich die mögliche Situation beschrieben, dass ein Nomen x, das in Elementbeziehung zu dem nichtleeren Nomen y steht, gegeben ist. Aktiver gesagt, aber nicht dasselbe beschrieben, wählt man irgendein Etwas unter denjenigen sprachlichen Dingen, die zu y in der Relation $\in$ stehen, man wendet also das Auswahlaxiom an. Daher erscheint das Axiom eher sprachlich immanent als frei verfügbar zu sein, obwohl seine Unabhängigkeit als Axiom in der Mathematik beweisbar ist. Dennoch kommen wir auch in der Mathematik nicht ohne das „simple" Auswahlaxiom aus, das uns erlaubt, aus einer nichtleeren Menge irgendein nicht konkretisiertes Element auszuwählen. Es steckt sozusagen in unserer Auffassung der Elementbeziehung, welche allerdings für die formale Mathematik eine allgemeinere Relation ist. Im Auswahlaxiom setzen wir mehr voraus als nur die notwendige Tatsache, dass es wenigstens ein Element in y geben muss, dass y nicht leer ist. Da wir uns hier jedoch nicht nur in der klassischen Mathematik befinden, gibt es auch Nomina, die keine Elemente haben und als leer bezeichnet werden, doch nicht alle die leere Menge sind. Wir verstehen ‚x sei$\in$ y' aber nie so, dass die „konkrete" Möglichkeit der Auswahl eines Elementes in y gefordert wird, sondern nur so, dass wir die sprachliche Situation der $\in$-Relation zwischen zwei Nomina betrachten, ob sie nun schon verwirklicht ist oder nicht, ob sie jemals eintritt oder nie. Daher wird mit keiner derart gebundenen Variablen unseres Sprachrahmens eine neue ontologische Entität eingebracht (vergl. [12] Quine).

21. Das Problem der aktiven Auswahl eines Elementes $x \in y$, das in einem Beweis auftreten kann, erfordert in einem ersten Schritt lediglich die Suche nach Stellen in Texten, wo y definiert ist, und in einem zweiten den Nachweis, dass y nicht leer ist, was die Vorweisung irgendeines Elementes nötig macht. Dies kann dadurch geschehen, dass auf eine Zuwei-

sungshandlung $x :\in y$ hingewiesen wird, deren Gültigkeit andauert oder dass die Zugehörigkeit eines Elementes konstruktiv bewiesen wird. Ist das geschehen, so ist die externe Bedeutung der sprachlichen Wendung ‚x sei$\in$ y' für Existenzquantisierung verständlich, ohne wiederum eine neue Entität vorauszusetzen: Das Nomen x ist ein Symbol für irgendeine sprachliche Konstruktion, die sich als Element von y herausstellen kann. Hier werden nicht etwa unendlich viele Elemente durchlaufen, sondern die Möglichkeit eingeräumt, dass eine hier mit x benannte Sprachwelterscheinung die Eigenschaft $x\in y$ habe. Das Unendliche ist offenbar eine unserer gemeinsamen Vorstellungen, die genauso wenig in eine präzise Sprache gehört, wie die Vorstellung von einer Geraden als „einer Linie, die in einer Flucht mit den Punkten auf ihr liegt" (Euklid). Die Vorstellung des Unendlichen hat in der forschenden Intuition ihren guten Platz, darf aber nicht in der externen Bedeutungsbeschreibung von Begriffen einer exakten Sprache auftreten, weil diese Vorstellung Bedeutungen eher verschleiert als aufklärt. Dagegen ist das Prädikat ‚unendlich' formal definierbar (Absatz 15f).

22. Jedes nichtleere Nomen y kann durch das Vorzeigen eines Elementes, also eines Nomens x, das in $\in$-Beziehung zu y steht, als nicht leer nachgewiesen werden. Ist das unmöglich, ist es leer, wenn es nicht einen anderen Beweis für die Existenz eines Elementes gibt. In diesem Sinne ist auch für jede Menge M aus nicht leeren Mengen für jedes $y\in M$ ein $x\in y$ vorweisbar, und diese Aussage ist nichts Anderes als das Auswahlaxiom, da es eine Funktion $M\to\cup M$ zu konstruieren erlaubt: Nehmen wir an, M sei nicht leer, und lassen uns irgendein Element $y\in M$ geben, dann können wir ein $x\in y$ vorweisen, weil y nicht leer ist. Formal formuliert, ist das die Aussage $\forall y\in M\exists x\in \text{Menge}\ x\in y$, im Wesentlichen das mathematische Auswahlaxiom, das eher eine sprachliche Selbstverständlichkeit ist, aber innerhalb der sprachlich-logisch eng axiomatisch gefassten Mathematik eine von den übrigen Axiomen unabhängig, d.h. eine aus ihnen nicht ableitbare Voraussetzung, weil sie letztlich die formale Konstruktion von Funktionen, die wie $\varnothing$ und ω zu den uneigentlichen mathematischen Grundobjekten zählen, durch Sprachhandlungen verlangt (vergl. II.3.5).

23. Bestimmte Begriffe des umgangssprachlichen Stützgerüstes (I.1.2), die mit den gestaltbildenden externen Begriffen des Sprachlichen, den differenzierenden Begriffen des Logischen und dem außersprachlich Empirischen zusammenhängen, nennen wir <u>Konzept</u>. So ist das Unterscheidbare ein logisches Konzept, das sich in der Fähigkeit zur Bestimmung der Anzahl äußert, während wir empirisch mit unseren Sinnen Teilchen oder Körper wahrnehmen, die wir in den durch Massen erzeugten Raum-Zeit-Formen sehen. Das rein sprachliche Gegenstück ist das Konzept des Objektes (I.3.4), das in die Form der allgemeinen Sprachsymbolik eingebettet ist, die wir logisch durch Identifizierungen strukturieren (I.2). Ohne das Konzept der Beziehung aber wäre eine Struktur zu matt, um einem Sprachrahmen die Kraft

zu verleihen, die Realität kodieren zu können. Sprachlich haben wir uns für die lineare Abfolge entschieden (I.2.3), logisch meinen wir mit einer einzigen Relation, der Elementbeziehung auszukommen, während das Konzept der Wechselwirkung das, was uns an Beziehung zwischen den Dingen der Realität erscheint, gut beschreibt. Die Bewertung durch Wahrheitszuweisung ist schlicht eine Sprachhandlung (II.1.21f), die allerdings ohne die Logik des Beweisens oder eine empirische Gültigkeitsprüfung eine hohle Phrase wäre.
Wir fassen die Konzepte zusammen:

	Erscheinung	Form	Beziehung	Bewertung
sprachlich:	Objekt	Symbol	Abfolge	Wahrheit
logisch:	Anzahl	Identität	Relation	Ableitung
empirisch:	Teilchen	Körper, Person	Wechselwirkung	Gültigkeit

Unter den Körperbegriff als zusammenfassendes umgangssprachliches Konzept fallen alle formalen physikalischen, unter das Konzept der Person alle formalen mentalen Größen.

24. Raum und Zeit sind nach Kant Formen der Anschauung, Bedingungen dafür, Erscheinungen überhaupt erfassen zu können, »welches macht, daß das Mannigfaltige der Erscheinung in gewissen Verhältnissen geordnet angeschauet wird« ([18], I §1). So erscheint uns die von Körpern erfüllte Außenwelt immer in räumlicher Tiefe unter Ablauf von Zeit. Aber die aktive Ordnung der Erscheinungen erfolgt durch das Denken, die Vernunft, durch sprachliche Äußerung. Das aufgeführte empirische Raum-Zeit-Konzept ist also nicht nur als Anschauungsform zu verstehen, sondern wie alle Konzepte als Denkform, als Begriff, der allerdings wie alle Begriffe des Natürlichsprachlichen mit Vorstellungen oder Erscheinungen verbunden ist. Diese Verknüpfung wirft wieder das philosophisches Hauptproblem auf, mit dem wir schon bei der Deutung der mathematischen Objekte zu kämpfen hatten: Wie kommt Bedeutung in die Begriffe? Die grundlegende Methode dieser Arbeit ist auch hier wieder anwendbar: Wir trennen die Nomina zunächst von ihrer überkommenen gewohnten Interpretation, lassen nur externe Bedeutung für wenige Begriffe zu und bauen aus ihnen einen Sprachrahmen, der dann im besten Fall aus sich heraus das für die betreffende Wissenschaft, hier die Erkenntnistheorie, notwendige reichhaltige Vokabular gebiert, das sich Bedeutung nur durch interne Bezüge innerhalb des Sprachrahmens verleiht.

Über Realität

25. Auf diese Weise muss sich auch eine Theorie a priori der Realität gestalten lassen, eine Theorie in unserem Sprachrahmen, die Aussagen über die Wirklichkeit enthält, die vorhandenen Theorien a posteriori über die Wirklichkeit nicht widersprechen. Im Unterschied zum physikalischen Wirklichkeitsbegriff ist Realität theoretisch. Beides sind Begriffe einer Erkenntnistheorie, in der auch die Frage behandelt wird, ob wir etwas über die Realität und ihre Entitäten, die Dinge an sich, wissen können, die wir nur durch unsere Wirklichkeit kennen. Dazu muss auch der mentale Wissensbegriff im engeren Sinne als Wissen über die Welt definiert werden. Mit ihm verbunden ist sicher eine Menge von Aussagen über Gegenstände der Realität (allgemeiner: siehe Absatz 27). Da eine empirische Theorie zunächst nur Aussagen über die Wirklichkeit zu machen scheint, weil sich ihre empirischen Begriffe auf sie beziehen, ist es nicht unmittelbar klar, ob es in ihr substanzielle Aussagen über die Realität geben kann.

26. Die Verknüpfung geschieht über unsere Sinne und Empfindungen, über die Wahrnehmung (II.4.22). Betrachten wir also eine Theorie, wo Wahrnehmung eine Funktion der Realität in die Wirklichkeit darstellt, parametrisiert durch das Subjekt. Wie Subjekt, Wahrnehmung, Wirklichkeit und Realität formal exakt definiert sind, lassen wir offen. Dass Wahrnehmung als Funktion aufgefasst werden kann, liegt nicht daran, dass nicht etwa ein und dasselbe Realitätsobjekt nicht völlig verschiedene, sondern daran, dass es nicht sich widersprechende Wirklichkeiten hervorrufen kann. Wenn das in einem Forschungsprozess manchmal auftritt, wofür der Welle-Teilchen-Dualismus ein gutes Beispiel ist, so kann sich aus These und Antithese nur eine konsistente Synthese ergeben, in diesem Falle die Theorie der quantenmechanischen Objekte. Wenn sich Widersprüche in einer Theorie der Wirklichkeit ergeben, muss die Theorie aus praktischen Erwägungen geändert werden, da sich sonst alles über Wirklichkeit, also nichts über die Realität aussagen ließe. Wenn ein Realitätsobjekt zwei verschiedene koexistierende Wirklichkeitsobjekte hervorruft, so werden wir im Allgemeinen auf zwei unterschiedliche Objekte der Realität schließen. Die entscheidende ontologische Frage ist, ob eine theoretische Definition der Realität und eine Entscheidung möglich sind, welche Wirklichkeitsobjekte einem Realitätsobjekt zugeordnet sind.

27. Was bedeutet (objektives) Wissen innerhalb der Realität für die Objekte der Realität, die wir Subjekte (des Wissens) nennen? Es ist zweifelsohne subjektabhängig, wobei der Begriff des Wissens konstant definierbar sein sollte für eine Gruppe von Subjekten, etwa eine genügend große Anzahl von Menschen (III.2.20f). Wenn wir den Begriff der Objektivierbarkeit aufnehmen wollen, so müssen wir andererseits voraussetzen, dass ein Subjekt für andere

Subjekte derselben Gruppe unzugängliches, sozusagen subjektives Wissen haben kann. Wissen muss eine Struktur, besser ein Objekt der Realität sein, das die Prädikate der Innerlichkeit, aber auch der Äußerungsfähigkeit trägt. Aber schon hier wird deutlich, dass wir das Erkennen der Realität nicht versuchen können, ohne sie vorzustrukturieren: Wir setzen sie als theoretisches Objekt voraus, dessen Elemente definitionsgemäß nicht auf irgendein Ding an sich im klassischen philosophischen Sinne referenzieren können, sondern wieder nur auf Symbole in unserer sprachlichen Situation, auf die empirischen, insbesondere die theoretisch-empirischen Objekte (II.5.27) einer Theorie der Realität. Die erlebten Erscheinungen bilden die Wand, hinter der wir eine Realität vermuten, die wir jedoch nur vor dieser Wand symbolisch re-konstruieren können.

28. Das Nomen ‚Realität' ist also das hier verwendete Symbol für eine Vorstellung, ohne dass diese Vorstellung eine formale Relevanz hätte, für das, was unser Gehirn aufbaut, wenn es hinter den Erscheinungen etwas Anderes vermutet, da es aus Erfahrung weiß, dass sich hinter jeder Mauer eine neue Landschaft auftut, die sich allerdings meist so sehr nicht von der bekannten unterscheidet. Die Elemente, die wir der Realität zuweisen, gewinnen wir aus der Wirklichkeit. Daher gibt es in ihr die Namen der Subjekte, für die ‚Wissen' definiert werden muss. Da es subjektives (inneres) und objektivierbares (äußeres) Wissen geben soll, muss es durch alle Subjekte parametrisiert sein, was heißt, dass in der Realität als Element für jedes Subjekt ein Wissensobjekt, das subjektive Wissen, vorkommen muss und außerdem ein einziges Objekt für das objektivierte Wissen. Die Eigenschaften des subjektiven Wissens als realen Objekts sind noch nicht erforscht, jedoch scheinen es Raum-Zeit- Zustände des zum Subjekt gehörigen Gehirnes zu sein ([26] Tetens, V.4). Wir lassen offen, inwieweit Subjekt und Gehirn übereinstimmen (vergl. II.5.12f).

29. Erkenntnis ist gesichertes Wissen über die Realität. Wissen ist ein Objekt, das bei seiner Wechselwirkung mit einem Subjekt Handlungen hervorruft, sei es auch nur die subjektive Speicherung von Zugriffsadressen. Entscheidet sich ein Subjekt, Genaueres über einen Realitätsausschnitt wissen und auswählen zu wollen, kennt oder sucht es Zugriffsmöglichkeiten. Sind diese gefunden, so wird die Information abgerufen, dekodiert und unter einem intentionalen Auswahlaspekt bewertet. Ist beispielsweise die Absicht zu wissen, wann die nächste Mondfinsternis auftritt, so kann die gefundene Zeitangabe ausreichend sein, es kann aber auch, besonders bei Uneindeutigkeit, eine Nachprüfungsabsicht verfolgt werden, wozu Handlungspläne, Kopplungen von Handlungen an die Zeit, aufgestellt werden. Die Überprüfung ist ein Vergleich der aus der Information gewonnenen Orts- und Zeitangaben, der Körperbezeichnung und -charakterisierung mit den Wahrnehmungen und Erscheinungen, die bei der Prüfhandlung auftreten. Ob unter ihnen die vorausgesagten in zufriedenstellender

Weise vorkommen, ist einer Bewertung unterworfen, die jedes Subjekt als erlernte Handlung mehr oder weniger ausführlich verinnerlicht hat. Auch der Grad und die Qualität dieses Gelernten sind bewertbar, und die Bezeichnungen der wertenden Subjekte reichen von ‚Laie' bis ‚Experte'. Jedoch sind alle diese Bewertungen, daher auch Prüfungen auf Richtigkeit in hohem Maße unsicher, weswegen Wissen nicht etwas Endgültiges darstellen kann.

30. Betrachten wir aber ein scheinbar sehr einfaches Wissensobjekt: ‚Vor mir liegt jetzt eine Tastatur', eine so leicht verständliche Aussage im Wittgensteinschen Sinne, dass sie unanzweifelbar erscheint. Es gab aber Zeiten und Orte auf dieser Welt, wo jemand Unliebsamer vielleicht wegen dieser Aussage unter der Diagnose von Halluzinationen aufgrund von Zeugnissen von ‚Experten' günstigstenfalls hinter den Mauern einer psychiatrischen Anstalt verschwand. Die ausgedrückte Tatsache und die beschriebenen Prüfhandlungen können also kein Realitätskriterium sein. Ebenso ist die scheinbare Tatsache, dass die Erde sich um die Sonne dreht, nicht der wesentliche Inhalt der Keplerschen Theorie sondern die Einfachheit der Handlungsanweisungen für eine Voraussage und die Genauigkeit der Übereinstimmung mit der Beobachtung, mithin der Erfolg, ihre Durchsetzungsfähigkeit. Die Realität wird durch eine Theorie richtig wiedergegeben, wenn sie sich gegenüber anderen durchsetzt. Das wird umso mehr der Fall sein, je mehr Menschen das Interesse haben, die Konsequenzen einer Theorie anzuerkennen. Wir kommen auf das Wissensproblem in III.2 zurück.

31. Daher scheint es klar, dass Erkenntnis über Realität als Verursacher der uns erscheinenden Wirklichkeit nur mit einer Theorie innerhalb eines Sprachrahmens möglich ist. Dieses Rahmenwerk strukturiert daher unsere Erkenntnistätigkeit mit den in Absatz 23 genannten Konzepten vor. Die Frage, inwieweit sie auch für andere Sprachrahmen Geltung haben, ist ein Thema der Kritik der reinen Vernunft. Mit der Änderung von Sprachrahmen sollte man jedoch sehr vorsichtig sein und sollte sie nur anwenden, wenn sie unvermeidbar ist. Die Behauptung beispielsweise, die Mereologie, eine mathematisch-logische Methode zur formalen Modellierung von Ontologie, gehe über den mathematischen Formalismus hinaus, ja erfordere sogar eine neue Sprachumgebung, ist nicht richtig. Es werden zwar Axiome für Relationen aufgestellt, die scheinbar mehr beinhalten als die Mengenbeziehung der Mathematik. Aber schon, dass die meisten Modelle durch Computerprogramme darstellbar sind, zeigt das Gegenteil. Die $\in$-Relation, die unser Sprachrahmen verwendet, ist ja nicht nur die Elementerelation der klassischen Mathematik oder der mit Urelementen, sondern eine ganz allgemeine Relation der Unterordnung, die in einem durch den Begriff des sprachlichen Objektes gekennzeichneten Zusammenhang eine ganz andere formale Bedeutung bekommen kann als der Mengenbegriff, der mit Nomina der Form $\{x \in b | A\}$ verbunden ist. Daher ist dieser

Sprachrahmen auch geeignet, die Formulierung formaler Modelle zuzulassen, die sich nicht auf die Mengenlehre stützen.

32. Dennoch ist eine Theorie nichts ohne eine Interpretation durch ein reales Subjekt. Eine umfassende Sicht auf das Erkenntnisproblem ist also nicht ohne Überlegungen zur Natur und zur Beschreibbarkeit des Mentalen möglich.

III.2 - mentaler Gehalt

Wahrnehmung, Intention und Erkenntnis sind Wechselwirkungsprozesse zwischen Teilen der Realität, dem Mentalen und der subjektiven Wirklichkeit

1. Wir haben einen Wechselwirkungsprozess zwischen Subjekt und der Außenwelt vorausgesetzt, kennen aber nicht die Einzelheiten, ja noch nicht einmal ein angemessenes Beschreibungssystem. Die Alltagspsychologie ist als Sprache des Geistes wegen ihrer mangelnden Exaktheit nicht geeignet, endgültige Lösungen abstrakter philosophischer Probleme zu formulieren, und die Sprache der Physik, Chemie oder Neurobiologie ist viel zu schwerfällig. Thema dieser Arbeit ist es jedoch nicht, Antworten auf große Fragen zu formulieren wie die nach der Natur des Geistes im Allgemeinen, nach der personalen Identität oder dem Bewusstseins im Besonderen, sondern darzustellen, welche Form Antworten haben sollten, wenn sie den Anspruch der Objektivität erheben. Der Begriff der personellen Identität gehört in der gegebenen Ausprägung nicht zur Alltagspsychologie und umgekehrt haben wir es vermieden, dort verwendete Begriffe wie Schmerz oder Freude als mental in unseren Rahmen einzuordnen, da es sozusagen keine Eichexperimente für sie gibt, die genau genug wären, empirische Prüfstellen abzugeben, wie das bei der personellen Identität in Maßen der Fall ist.

2. Ein großes Problem der Philosophie des Geistes ist die Frage, ob mentale empirische Begriffe auf physikalische zurückführbar sind. Die Andeutung einer Theorie der personellen Identität ist ein Antwortversuch in dieser Richtung. Wir können immer noch keine umfassende exakte Begrifflichkeit anbieten, die vergleichbar mit der physikalischen wäre oder wenigstens einen Grad der Formalisierung erreichte, der in unseren Sprachrahmen passte, stellen aber, um die Art unserer Methoden zu verdeutlichen, zusätzlich einige Probleme der Philosophie des Geistes vor, betrachten den durch unexakten Sprachgebrauch hervorgerufenen Anteil und machen Lösungsvorschläge. Sodann stellen wir an einem Beispiel Überlegungen an, wie das Mentale in einer formalen Sprache dargestellt werden kann, und schließlich legen wir einen Ansatz dafür vor, wie Objektivität und Realitätsbezogenheit von Wissen formalisierbar sein könnte .

3. Eine intensionale Sprache enthält Ausdrücke, in der Ersetzungssynonymie nicht verträglich mit den Wahrheitswerten ist. Als Beispiel gelten die Behauptungen aus der Himmelskunde, man könne in dem Satz g1 := ‚Die Babylonier glaubten, dass der Morgenstern oft am Morgenhimmel zu sehen ist' nicht einfach ‚Morgenstern' gegen den Ausdruck ‚Abendstern', beide identisch mit der Venus, austauschen. Es zeige, da die Aussage g2 := ‚Die Babylonier

glaubten, dass der Abendstern oft am Morgenhimmel zu sehen ist' falsch sei, dass synonyme Ersetzung nicht den Wahrheitswert erhalte. Ebenso folge aus den wahren Voraussetzungen p1 := ,Es ist beweisbar, dass 9 durch 3 teilbar ist' und p2 := ,die Anzahl der Planeten der Sonne ist gleich 9' der falsche Satz p3 := ,Es ist beweisbar, dass die Anzahl der Planeten der Sonne durch 3 teilbar ist', da aus der Bedeutung des Ausdrucks ,Anzahl der Planeten der Sonne' nicht abgeleitet werden kann, dass diese Anzahl durch 3 teilbar ist. Diese philosophischen Probleme verschwinden jedoch, wenn man die Äußerungen in einen präzisen Sprachrahmen einordnet:

4. Im letzten Fall ist die ,Anzahl der Planeten' eine physikalisch empirische Größe, was lediglich heißt, dass sie einer Gültigkeitsprüfung zugänglich ist. Die Planeten sind intern eindeutig beschreibbare physikalische Körper, deren (planz :=) Anzahl mithin verifizierbar ist. Innerhalb der Theorie ist sie eine Variable oder hat einen festen Wert, der sinnvollerweise so gewählt ist, dass die Theorie nach neuesten Erkenntnissen nicht ungültig wird. Daher ist p2 entweder wahr oder falsch und deshalb ist auch p3 unmissverständlich formuliert und eindeutig entscheidbar: falsch, wenn planz eine Variable auf $\mathbb{N}$ ist und richtig, wenn planz := 9 definiert wurde. Wenn man im ersten Fall bedenkt, dass die Babylonier die Gültigkeit der Gleichung ,Abendstern = Morgenstern' nicht kannten, so dass sie sie nicht als wahren Satz einer Theorie über die Gestirne benutzten, so kann g2 nicht wahr sein, weil der Glaubenspartikel sich auf den Kenntnisstand der Babylonier bezieht und nicht auf unseren heutigen. Macht man Glaubensaussagen zum Gegenstand einer formalen Theorie, so haben wir ein echtes Problem vor uns, das aber formal lösbar ist:

5. Sei G (,glauben') ein Operator, der einem geeigneten Beobachter mit Namen b (,Babylonier') und einem Satz S einer Sprache einen Satz zuordnet, den wir mit bG S bezeichnen. Wir setzen axiomatisch, dass für alle geeigneten Nomina b die Gleichungen $bG\,(S \wedge T) = bG\,S \wedge bG\,T$ sowie $bG\,\neg S = \neg(bG\,S)$ gelten, wie das in unserem Beispiel auch der Fall ist. Insbesondere ist bG mit $\Rightarrow$ vertauschbar. Allerdings ist ,glauben' nicht wahrheitswertverträglich, der Schluss $A \Rightarrow bG\,A$ ist falsch. Die spezielle Ersetzung von identischen oder äquivalenten Aussagen „salva veritate" ist ein Operator E, der einer mit Hilfe einer wahren Aussage A eine zweite B unter Wahrheitswerterhaltung zu $E_A B$ verändert. Wie und unter welchen Voraussetzungen das möglich ist, ist hier unwichtig. Die Schlussregel für Einsetzungen (SE :=) $\forall A \in \text{Aussage} \forall B \in \text{Aussage}\ A \wedge B \Rightarrow E_A B$ ist für solche Operationen gültig, wie sie bei der Ersetzung des Morgensterns durch den Abendstern wegen der Identität (A :=) ,Abendstern = Morgenstern' in der wahren Behauptung (B =) ,der Morgenstern ist oft am Morgenhimmel zu sehen' korrekt ist. Über den Modus ponens erhalten wir dann die

Gültigkeit des Satzes $(E_A B =)$,der Abendstern ist oft am Morgenhimmel zu sehen', woraufhin man allerdings nicht auf die Wahrheit von $bG\ E_A B$ schließen darf.

6. Aus diesen für Ersetzungen und Intentionalpartikel geltenden Aussagen lässt sich aber nicht der Satz $bG\ E_A B$ herleiten. Zwar erhält man aus (SE) den Schluss $A \wedge bG\ B \Rightarrow E_A(bG\ B)$ und daher die Wahrheit von $E_A(bG\ B)$, oder aus der Anwendung von bG auf $A \wedge B \Rightarrow E_A B$ die Implikation $bG\ A \wedge bG\ B \Rightarrow bG\ E_A B$. Aber der Modus ponens ist auf den zweiten Schluss nicht anwendbar, weil die Babylonier A, die Identität der beiden Sterne, ja gerade nicht glaubten und auch die Vertauschbarkeit der Operatoren E_A und bG gilt nur, wenn $bG\ A$ wahr ist. Diese Beobachtung könnten wir zu einem Axiom einer formalen Theorie erheben: (VGE :=) $\forall A \in \text{Aussage}\ (bG\ A \Rightarrow \forall B \in \text{Aussage}\ E_A(bG\ B) \Leftrightarrow bG\ (E_A B))$, Vereinbarkeit einer Glaubensaussage mit einer Ersetzung. Auf jeden Fall sind diese Probleme durch formale interne Bedeutungszuweisung innerhalb unseres Sprachrahmens lösbar, durch Sprachpräzision. Die Wörter erhalten ihre Bedeutung einzig und allein durch die in dem System definierten Beziehungen zwischen ihnen. Formulierungen, die sich auf die nichtsprachliche Außenwelt beziehen, dienen der Passung eines formalen Systems zur Modellierung der Wirklichkeit. Sie haben keine Bedeutung innerhalb des Systems und daher sind sie nicht argumentationsrelevant.

Geistesrepräsentationen

7. Wirklich große Probleme der Philosophie des Geistes lassen sich nicht mit einfachen formalen Tricks lösen. Ob eine Formalisierung überhaupt zur Lösung führen kann, wird immer wieder bezweifelt. Die Geschichte der Wissenschaften zeigt aber, dass immer dann endgültige Erkenntnisse stattfanden, aber auch wieder neue Fragen auftraten, wenn die Begrifflichkeit ein bestimmtes formales Niveau erreicht hatte, während sie im anderen Fall oft vorläufig und unentschieden blieben. Wir machen hier einen Formalisierungsversuch für eine klassische Theorie, die die eigentliche Frage, ob geistige Zustände physisch sind, allerdings nicht beantworten konnte ([33] Fodor). Ob dieser Versuch ein Schritt in die richtige Richtung ist, bleibt ungeklärt.

8. Sei $\mathrm{Satz} := \{s\in \mathrm{Nomen} \mid \exists n\in \mathrm{Nomen}\ s = »n«\}$. Da die Kappung des Objektbezuges (I.3.7) eine Funktion ω: Nomen→Satz, $n\mapsto »n«$, definiert, können wir $\omega(a)$ als <u>Wortlaut</u> einer Aussage a bezeichnen. So ist ‚Aussage $\in$ Klasse' als Wortlaut in ‚Satz' schlicht nur dieser 3-Wort-Satz ohne die für ‚Klasse' beschriebene externe Bedeutung oder die für ‚Aussage' vorgenommenen internen Zuweisungen zu Objekten und ‚$\in$' ist einfach nur ein Einzelzeichenwort. Den propositionalen Gehalt oder Inhalt eines Satzes in Bezug auf unseren Sprachrahmen gewinnt der Wortlaut durch die natürliche Inklusion π: Satz→Nomen, $s\mapsto s$, mit der Eigenschaft $\omega\circ\pi = \mathrm{id}$, zurück. Dann nennt man $\pi(s)$ auch <u>Proposition</u> oder Gehalt von s. Es ist klar, dass man den propositionalen Gehalt eines Nomens auch für fremdsprachliche, aber gleichgestalte Sprachrahmen so definieren kann, dass er unabhängig vom jeweiligen Rahmen ist. Wenn es zu keinen Verwechselungen kommen kann, wird ein Wortlaut s in ‚Satz' direkt auch Proposition genannt, womit dann $\pi(s)$ gemeint ist. Eine Tatsache definieren wir als gültigen Sachverhalt, so dass sie eine weitgehend gesicherte empirische Aussage ist.

9. Sei O ein Organismus und M eine Menge von sogenannten <u>mentalen Repräsentationen</u>, die wir uns als Erregungszustände einer festen fiktiven Ansammlung von Neuronen vorstellen können, in der das neuronale Grundgerüst eines jeden Organismus im Sinne einer injektiven Abbildung neuronaler Netze enthalten ist, wobei wir erneut darauf hinweisen, dass die in der natürlichen Sprache angedeuteten Vorstellungen keinen Argumentationswert für die hier umgangssprachlich beschriebene formale Theorie haben. Mentale Repräsentationen können wir als gegeben hinnehmen und uns als durch teleologisch-evolutionäre Prozesse im Laufe der Geschichte ausgebildet denken. Ein <u>mentaler Zustand</u> ist eine mentale Repräsentation in einem konkreten Organismus zu einer bestimmten Zeit, ein kognitiver Prozess eine endliche zeitliche Abfolge von mentalen Zuständen im selben Organismus, wodurch ein

Denkprozess modelliert wird. Einen mentalen Zustand können wir uns als Momentaufnahme eines konstanten Teils der neuronalen Situation eines Organismus denken, wobei die zeitlichen Abstände zwischen den Aufnahmen genügend klein sein sollten. Daher gibt es nur endlich viele mentale Zustände und wegen der diskreten Struktur neuronaler Netze auch nur endlich viele mentale Repräsentationen überhaupt, wenngleich ihre Anzahl jede Vorstellung übertreffen kann.

10. Sei $S \subset Satz$ eine Menge von Sätzen, per Definition ohne Objektbezug. Wir können uns S bestehend aus Nomina denken, die den Wortlaut von Propositionen aus mehr oder weniger genauen Formulierungen in einer natürlichen Sprache oder aus präzisen Aussagen unseres Sprachrahmens wiedergeben, oder aber unsinnige Wortreihen darstellen. Insbesondere alle Sachverhalte, die auf irgendeine Weise in irgendeinem Organismus eine mentale Repräsentation kausal erzeugen, sollen sich in S wiederfinden. Mit der Eintrittsfunktion $e_{O,t}$: $S \rightarrow M$ können wir die Vorstellung verbinden, dass jedes Nomen in S durch den durch es zum Zeitpunkt t ausgedrückten Sachverhalt s im Organismus O genau die eine mentale Repräsentation $e_{O,t}(s)$ erzeugt hat. Dabei können mehrere Sachverhalte dieselbe mentale Repräsentation bilden, weil zu den Propositionen, die die repräsentierten Tatsachen exakt beschreiben, weitere hinzukommen können, die die Umstände kennzeichnen, die die mentale Repräsentation erst ermöglichen, ohne dass sie extra repräsentiert werden. So machen wir uns erst eine korrekte Vorstellung über gewisse nachtaktive Tiere, wenn wir sie bei ausreichender Beleuchtung gesehen haben, und sind dennoch in der Lage, sie zusammen mit schwärzester Dunkelheit zu denken, wobei die Umstände der Beleuchtung (epistemische Eintrittsbedingung - s.u.), die uns von ihrer Existenz überzeugt haben, keine propositionale Rolle für die mentale Repräsentation mehr spielen, sondern nur noch die Aussage ihrer Existenz (strikte Eintrittsbedingung - s.u.). Ein Fodorsches Beispiel ist der Habicht und das Flatter-Etwas, beide durch das Sprachsymbol „ein Feind in nächster Nähe" repräsentiert, das Fluchtreaktionen veranlasst, wodurch sich diese Überzeugung äußert. In diesen Fällen sind die Sachverhalte durch eine inferentionale Rolle miteinander verbunden. Wir wollen versuchen, das formaler zu fassen. Sei von nun an ein konstanter Organismus gegeben, so dass wir den ihn bezeichnenden Index weglassen können.

11. Mentale Repräsentationen, die im Bild von e liegen, heißen propositional, propositionale mentale Repräsentationen nennen wir mentale Symbole. Jede Tatsache in $e^{-1}(m)$ heißt Eintrittsbedingung für die mentale Repräsentation m, für das mentale Symbol $m = e(s)$ oder einen zugehörigen Sachverhalt $s \in S$. Ein $s \in e^{-1}(m)$ heißt minimal, wenn jede Eintrittsbedingung s impliziert, womit ein bezüglich der Implikation kleinster Sachverhalt ausgezeichnet ist. Eine Sachverhalt s heißt strikt für m, wenn jedes Element in $e^{-1}(m)$ die Form $r \wedge s$ mit

einem weiteren Sachverhalt r hat. Diejenigen Eintrittsbedingungen, die einen Organismus vom Vorliegen der Tatsache s überzeugen können, nennt Fodor epistemisch. Man darf dabei an die eben genannten r denken. Wenn s strikt ist, ist s offenbar minimal.

12. Hier schließt sich die Frage nach der Syntax und Semantik mentaler Symbole an, die wir jedoch nur streifen. Die ursprüngliche von Fodor Ende der 1980er Jahre aufgestellte repräsentationale Theorie des Geistes nennt Tatsachen als Wahrheitskriterien für mentale Symbole, aus welcher Eigenschaft die ganze Semantik ableitbar sei. Zunächst aber scheint es nötig, ein paar Worte über eine mögliche Syntax zu verlieren: Manche mentale Repräsentationen empfinden wir als zerlegbar, andere eher nicht, so dass es auf M eine symmetrische assoziative Relation geben kann, die wir mit $+$ bezeichnen, die drei Repräsentationen auf die übliche Art $m_1+m_2 = m_2+m_1 = m$ verknüpft. Wir nehmen auch an, dass es eine mentale Repräsentation geben muss, die an dem aktuell vorhandenen mentalen Zustand in einem Organismus nichts ändert, da es beispielsweise immer Sachverhalte s_0 in S gibt, egal ob Tatsache oder nicht, die auf den betreffenden Organismus gar nicht einwirken. Die zugehörige Repräsentation $0 = e(s_0)$ nennen wir eine 0-Repräsentation und fordern die Eigenschaft $\forall m \in M\ 0+m = m$.

13. Sind alle die Zustände m_1, m_2 und $m = m_1+m_2$ mentale Symbole, so soll für die Eintrittsfunktion $e(s_1)+e(s_2) = e(s)$ gelten, womit wir die Vorstellung verknüpfen, dass die Zerlegung mentaler Symbole eine Entsprechung in der Satzmenge S haben und diese Eigenschaft durch e ausgedrückt werden müsse. Allerdings ist damit nichts über die Art der Zerlegung oder die Beziehung zwischen s_1, s_2 und s in S ausgesagt. Die Eigenschaft, mentales Symbol zu sein, ist vom betrachteten Organismus abhängig, gilt also nur für mentale Zustände, nicht für Repräsentationen allgemein. Ein mentaler Zustand (mentales Symbol) m heißt (als Symbol) reduzibel oder zerlegbar, wenn zwei von m verschiedene unterschiedliche Zustände (Symbole) m_1 und m_2, beide $\neq 0$ und $\neq m$, existieren, so dass $m_1+m_2 = m$ ist, andernfalls irreduzibel. „Summanden" $\neq 0$ in irgendeiner Zerlegung heißen Teilzustände oder Komponenten von m. Es ist prinzipiell möglich, dass m eine Komponente hat, ohne dass m reduzibel wäre, beispielsweise wenn $m = m+m_1$ ist. Da die Komponenteneigenschaft assoziativ ist, kann jeder mentale Zustand in irreduzible Komponenten zerlegt werden, welche Zerteilung allerdings nicht eindeutig zu sein braucht. Mit der Forderung:
(Symbolaxiom) ‚Jeder in mentale Symbole zerlegbarer mentale Zustand ist selbst ein mentales Symbol' beschreiben wir nur die naheliegende Vorstellung, dass ein mentaler Zustand, dessen Teile propositionalen Gehalt haben, als Ganzes durch den sprachlichen Inhalt eines Satzes ausdrückbar sein muss. Die Umkehrung braucht nicht zu gelten, weil ein mentales Symbol nicht zerlegbar zu sein braucht, jedoch soll gelten:

(Zerlegbarkeitsaxiom) ‚Jedes in mentale Zustände zerlegbare mentale Symbol ist auch in mentale Symbole zerlegbar', was bedeutet, dass die Tatsache der Zerlegbarkeit einer propositionalen Repräsentation durch den Organismus auch propositional ausgedrückt werden kann, gegebenenfalls allerdings auf andere Art.

14. Durch die Zerlegungseigenschaft wird auch die Redeweise, ein mentaler Zustand trete zugleich mit einem zweiten auf, ermöglicht, ohne einen zeitlichen Prozess betrachten zu müssen: m_1 ist verbunden mit m_2, wenn es einen Zustand m gibt, dessen Komponenten m_1 und m_2 sind. Wir nennen mentale Zustände (Symbole) m_1 und m_2 aneinander gebunden, wenn sie verbunden sind und es für jeden mentalen Zustand (Symbol) m des betrachteten Organismus, der in m_1 und n zerlegbar ist, auch einen solchen gibt, der die Komponenten m_2 und n hat. Das formalisiert die Aussage: Gebundene mentale Symbole repräsentieren äquivalenten propositionalen Gehalt, da jeder mentale Repräsentationszusammenhang bei Ersetzung des einen mentalen Symbols durch das zweite ebenfalls eine Repräsentation darstellt. Dies bedeutet aber nicht, dass sie in einem kognitiven Prozess immer gleichzeitig auftreten.

15. Mentale Zustände treten in unterschiedlichen Organismen unterschiedlich auf, was Fodor durch die Eintrittsfunktion beschreibt. Sie hat aber in dieser Theorie die zusätzliche Funktion, die Wahrheitsüberzeugung mentaler Symbole zu kennzeichnen und somit den Bezug zur Realität der Außenwelt herzustellen. Dazu postuliert Fodor eine Relation R^* zwischen Organismen O und mentalen Repräsentationen M und definiert: (1) Ein Organismus O ist von einem Sachverhalt $s \in S$ überzeugt $\Leftrightarrow$ $R^*(O,e_{O,t}(s))$ trifft zu. (2) Es gilt dann für alle $s \in S$, dass $R^*(O,e_{O,t}(s))$ genau dann zutrifft, wenn es eine gültige Eintrittsbedingung für s gibt, was ein externes, also außerhalb eines jeden Organismus liegendes, letztendlich objektives Kriterium ist. Formal ist (1) eine sprachliche Ersetzungsdefinition und (2) ein Axiom der hier entwickelten Theorie oder sogar auf dieser Stufe nur die Definition von R^*, weil diese Beziehung bisher nicht auf andere Weise beschrieben wurde. Wir ergänzen ein sogenanntes Darstellungsaxiom der Überzeugungsrepräsentation: Generell gelte, dass mit $s \in S$ auch der Wortlaut von ‚s ist wahr' in S liegt. Dann gibt es in jedem Organismus eine mentale Repräsentation w_O, so dass für jedes $s \in S$ mit »s ist wahr«$\in e^{-1}(s)$ gilt, dass $e(\text{s ist wahr}) = e(s)+w_O$ ist. Damit kann die rechte Seite von (1) durch ‚$e(s)+w_O$ ist mentaler Zustand von O zur Zeit t' ersetzt werden und R^* ist mithin durch die mentale Repräsentation w_O darstellbar, was die Relation R^* weniger gekünstelt erscheinen lässt.

16. Allgemeiner fragt sich, wie eine Aussage der Form ‚$D \in F$' repräsentiert wird, bei Fodor das Beispiel ‚Flatterding ist Fliege' für den Frosch. Vermutlich haben manche solche Äuße-

rungen eine elementare Repräsentation der Art $e(d)+f_O$, wo d ein D beschreibender Sachverhalt und f_O nicht zerlegbar ist, da, Fliegen zu erkennen, für den Frosch fundamental ist, während andere, die für den Organismus nicht so grundlegend sind, in weitere Repräsentationen zerlegt werden können. So wird die Eigenschaft ‚ist reelle Zahl' eher in eine große Summe von elementaren Repräsentationen zerfallen. Für fundamentale Zerlegungen scheint auch das Bedeutungsproblem für mentale Repräsentationen lösbar, indem das Auftreten solcher Repräsentationen wie w_O oder f_O mit charakteristischen, aber auch noch vom verbundenen Sachverhalt (Absatz 14) abhängenden Handlungsmustern des Subjektes gekoppelt wird. Fodor versucht zwar, das Meiste auf den Wahrheitsbegriff zu reduzieren, aber dennoch scheint uns für eine erfolgreiche Fortsetzung der Theorie zunächst die Frage wichtiger, welche weiteren Repräsentationen elementar sind. Hinweise hierauf gibt der Aufbau unseres Sprachrahmens, der elementare Symbole wie $=$, $\in$ verwendet, um grundlegende geistige Repräsentationen sprachlich auszudrücken. Allerdings scheinen wir sofort wieder in den Konflikt der Selbstreferenzierung zu geraten, wenn wir versuchen, eine Theorie in unserem Sprachrahmen zu formulieren, die ihn und damit auch die fundamentalen umgangssprachlichen externen Beschreibungen zum Thema macht. Es bleibt aber keine Wahl: Exakte Ergebnisse sind nur über Theorien zu erreichen. Das, was der Geist intuitiv fantasiert, muss sich in einem formalen Regelwerk beweisen.

Erkenntnis, Wahrheit, Wissen

17. Wahrnehmung, Vorstellung, Denken, Gefühl, Erinnern, Wissen, Wollen und Handeln sind typische Begriffe des Geistigen, die nach allgemeiner Überzeugung nicht durch das naturwissenschaftliche Sprachnetzwerk einzufangen sind. Tatsächlich haben wir Bedeutung und Verständnis des Handlungs- und Wahrnehmungsbegriffes wenigstens bei einfachen Prüfungshandlungen, die Gültigkeit empirischer Theorien betreffend, vorausgesetzt, während wir die signifikante Rolle von ‚Vorstellung' für natürliche Sprachen weitgehend aus unseren Sprachrahmen gedrängt haben. Ohne einen Mechanismus in Hinblick auf Interpretation und Regelüberwachung, ohne zu denken, ist eine formale Theorie allerdings auch nicht möglich, wenngleich die hier gegebene Gestalt schon nahe an der Möglichkeit einer maschinellen Verarbeitung wie für mathematische Theorien liegt. Sprachhandlungen sind interner Bestandteil unseres Rahmens. Daher ist, aber das ist kaum verwunderlich, auch eine präzisierte Sprache an wenigen, aber wesentlichen Stellen mit dem Geistigen verbunden. Externe und empirische Begriffe bilden die formalen Verknüpfungsstellen, Regelüberwachung und Gültigkeitsprüfung die natürlichsprachlichen Randbedingungen, die ohne Erinnern, Wissen, Wollen und Handeln, ohne ein denkendes Subjekt nicht erfüllbar wären.

18. Trotzdem ist auch in diesen Bereichen eine größere Formalisierung und damit Präzisierung ein Weg zu einer erfolgreichen Theorie, welche mit einer natürlichsprachlichen Explikation höchstens vorbereitet werden kann. Wir versuchen in den folgenden Absätzen eine gezielte Vorarbeit in Richtung auf Formalisierbarkeit des Wissensbegriffes: Informationen sind untrennbar mit einem erkennenden Objekt, einem Subjekt, verbunden. Die Realität erkennen, heißt speziell, die Informationen in Zusammenhang bringen mit zukünftigen, dann werden sie Voraussage genannt, und vergangenen Ereignissen, und allgemeiner, Informationen unter schon vorhandenen Aspekten des Wissens neu zu ordnen. Daher verläuft Erkenntnis relativ zu im Subjekt angehäuften Einsichten, ein dynamischer Prozess, da das Erkenntnis gestaltende Wissen, das wir <u>Erkenntnisrahmen</u> nennen, nicht konstant zu sein braucht. Das Realitätsobjekt ‚Subjekt' tritt in Wechselwirkung mit einem <u>Wissensobjekt</u>, das wir ganz außerhalb des Subjektes annehmen wollen, für das es aber einen subjektiven, d.h. nur im Inneren (I.1.3) liegenden Interpretationsschlüssel hat, und ordnet das Wissen vor dem Hintergrund seines Erkenntnisrahmens neu. Damit ist ein Erkenntnisvorgang abgelaufen. Einen Teil der Realität zu erkennen, heißt daher, diesen Prozess auf ein Wissensobjekt anzuwenden, das Informationen aus der Realität beinhaltet. Wissen selbst kommt durch dauerhafte Einwirkungen der Subjekte auf einen kleinen Realitätsbereich, aus Wechselwirkungen mit der Realität zustande. So sind die unmittelbaren Sinnenerscheinungen zwar Ergebnis von Wechselwirkungen mit der Realität, jedoch sind nur die blassen Erinnerungen von einer ge-

wissen Dauer, so dass sie mit dieser Einschränkung Wissen über die Wirklichkeit genannt werden können.

19. Ohne Einschränkung ist jedoch manches andauernde Ergebnis einer Wechselwirkung eines Realitätsausschnittes mit der Realität eine Information über die Wirklichkeit wie Spuren im Sand oder in der Nebelkammer. Sie stellen direkte Wissensobjekte dar, die einem Subjekt durch Wechselwirkung mit ihnen zu Erkenntnissen über die Realität verhelfen können. Oft sind diese Eindrücke nicht so dauerhaft, wie nötig, so dass das Subjekt eine Kodierung vornimmt als Bild, Beschreibung, maschinelle Datensammlung oder Ähnliches, aus der die für es interessanten Daten wiedergewinnbar sind. Dieses neue subjektive Wissensobjekt ist auch nur mit einem beigefügten Interpretationsschlüssel lesbar und stellt natürlich keine sichere Basis für eine Wahrheitsbewertung dar, da die Übertragung fehlerhaft sein kann und im Allgemeinen lückenhaft sein wird. Dennoch gibt es wegen der zeitlichen und auch örtlichen Abhängigkeit der Wechselwirkungsspuren dazu keine Alternative, weil möglichst viele Subjekte in den Erkenntnisprozess eintreten müssen, wenn der Anspruch des Erkenntnisvorgangs auf Objektivität, d.h. der Unabhängigkeit vom Subjekt, erhoben wird.

20. Auch wenn alle Subjekte direkt Zugriff zu unmittelbarem Wissen über die Wirklichkeit hätten, wäre Erkenntnis subjektiv. Um sie zu objektivieren, muss das Wissen geäußert und so lange abgeändert werden, bis es zeitlich lokal unverändert bleibt, d.h. bis es konstant ist beim Doppelprozess des subjektiven Erkennens durch verschiedene Subjekte einer Gruppe und der anschließenden Äußerung. Auf das Problem, dass es unverändert, aber auch unakzeptiert sein kann, gehen wir nicht ein. Es muss sich mindestens prognostisch bewähren ([20] Tetens, 2.1). Aus der dann erreichten Konstanz des Wissens kann gefolgert werden, dass darin enthaltene Aussagen über die Realität insofern gültig sind, als das Wissen andernfalls geändert würde. Aber diese Gültigkeit beinhaltet weder Endgültigkeit noch unanzweifelbare Korrektheit, da neue Erkenntnisse an anderer Stelle auch die Möglichkeit der erneuten Veränderung dieses Wissens einschließen, und außerdem eine auch deutliche Abweichung der Messdaten von den vorausgesagten Daten zeitweise solange akzeptiert werden, bis neue Ideen das Wissen in dieser Hinsicht zum Besseren verändern.

21. Die Subjekte einer Gruppe, die Wissensobjekte mit einem einheitlichen Interpretationsschlüssel erstellen, agieren natürlich untereinander mit dem möglichen Effekt, dass Versuche, das gemeinsame Wissen zu verändern, verhindert werden. Im Allgemeinen zerfällt eine große Gruppe in Teile, die unterschiedliches Wissen favorisieren und um die bessere, d.h. letztlich erfolgreichere Beschreibung der Wirklichkeit konkurrieren. Da Erfolg wiederum von Gruppeninteressen abhängig ist, muss sich nicht unbedingt ein eindeutig bestimmtes Wissen

als das beste herausstellen. Gut für bestimmte Gruppen kann wenigstens zeitweise eine völlig andere Sicht auf die Welt sein wie beispielsweise eine Schöpfungstheorie versus Evolution. Aber auch im üblichen weithin anerkannten Wissenschaftsprozess spielen subjektive Aspekte eine hervorragende Rolle. Wir gehen nicht darauf ein, sondern setzen nun fest, dass ein Wissensobjekt, das für eine Gruppe von Subjekten über eine Zeitspanne konstant bleibt, objektiv sei für diese Gruppe in dieser Zeit. Solch ein Wissensobjekt beschreibt für diese Gruppe die Realität außerdem in gültiger Weise (II.4.13), weil es andernfalls geändert werden würde.

22. Begriffspräzisierung bedeutet die Schaffung eines weniger subjektiven Kodierungsschlüssels. Sei S ein Subjekt mit eindeutigem Dekodierungsschlüssel D_S für geäußertes äußeres Wissen W. Dann ist D_SW der subjektive Wissenszustand von S durch Aufnahme von W. Sei C_S der Operator, der dekodiertes vorgefundenes Wissen in subjektiven Code umformt, sozusagen ein Eigenverständnis formalisiert, dann ist $D_S^{-1}C_SD_SW$ das von S aufgenommene, umgeformte und neu geäußerte Wissen, das wir kurz mit SW bezeichnen. Wissen W ist objektiv, wenn für jedes Subjekt S gilt: $W = SW$. Das Problematische an dieser Aussage ist die Gleichheitsrelation zwischen Wissensobjekten. Wir nehmen hier an, dass ihre Definition unter Umständen mit Hilfe mentaler Repräsentationen und -zustände möglich ist (Absatz 9).

23. Ein Wissensobjekt W schließt empirische Überprüfbarkeit ein, da es in der Form D_SW für das Subjekt S so zur Verfügung steht, dass es vorausgesagte Erscheinungen mit eigenen Wahrnehmungen vergleichen kann. Der Erkenntnisrahmen bietet Handlungsanweisungen, wie diese Prüfungen an W durchgeführt werden können. Das Wissensobjekt ist nur deshalb Wissen, weil es in dieser Weise in Wechselwirkung mit einem Subjekt treten kann. Wissen ist ein Objekt der Realität. Wann können wir sagen, dass es einem Subjekt Wissen wenigstens über die Wirklichkeit vermittelt? Vielleicht betrachten wir erst Wissen, das keine Auskunft über sie zu geben scheint. Es beschreibt zum Beispiel die Bekenntnisse des Hochstaplers Felix Krull, die Mythen im Handbuch der Weisen von Mittelerde oder die Eigenschaften unendlich oft differenzierbarer Funktionen auf den reellen Zahlen. Von mathematischen Themen können wir jedoch sagen, dass sie Bestandteil der Wirklichkeit sind, weil sie von den Beziehungen zwischen Symbolen handeln, die konkret in der Sprachwelt dargestellt werden können und damit als konkrete Symbolerscheinungen direkten Bezug zu den Symboltypen haben, die in einer empirischen Theorie über die Sprachwelt als Dinge an sich existieren.

24. Ein Einwand der Logizisten und Konstruktivisten ([18] Shapiro, III) gegen die Existenz von abstrakten Dingen in der Welt bezieht sich auf die Bedeutung mancher Wörter wie ‚Menge' oder ‚überabzählbar'. Für diese Beispiele haben wir aber gezeigt, dass die übliche Vorstellung von ihrer Bedeutung nicht nötig ist, um die Mathematik aufzubauen. Ja, sie ist weder nützlich noch sinnvoll, weil sich aus ihr scheinbare Widersprüche ableiten lassen. Das geäußerte mathematische Wissen enthält keine zusätzliche Interpretation für das Wort ‚Menge' als eine neue Entität, die eine Zusammenfassung von Dingen realisiert, genauso wie das Wort Potenzmenge nicht als Entität zu verstehen ist, die etwa realiter alle Teilmengen enthält. Die existierende Realität ist die jeweilige Inskribition hinter den Erscheinungen eines Textes und die durch eine Definition geknüpften Beziehungen, die im Allgemeinen Zeichenmanipulationsregeln sind und erst dann konkret Wirkliches realisieren, wenn sie konkret angewendet werden. Dennoch ist auch die Regel wirklich aufgrund ihrer zeichenhaften Existenz und ihrer Auswirkungen, wenn sie mit Subjekten wechselwirkt.

25. Wissen besteht aus realen Objekten, die bei Wechselwirkung mit einem Subjekt zukünftige Ereignisse beeinflussen können. Ein Wissensobjekt beeinflusst also den Ablauf der Realität grundsätzlich nicht anders als eine Masse mit ihrem Gravitationsfeld, jedoch wesentlich komplexer und in großen Teilen unerforscht. Wissen ist insofern zunächst subjektiv, als die Wechselwirkungen eines Subjekts mit einem Wissensobjekt nicht unmittelbar subjektsunabhängige Eigenschaften erkennen lassen. Mathematisches Wissen scheint deswegen nicht subjektiv, weil es möglich ist, einer mathematischen Theorie ohne Einschränkung das Prädikat der Richtigkeit zukommen zu lassen. Richtig ist eine solche Theorie, wenn nach übereinstimmender Meinung die dort vorgenommenen Zeichenmanipulationen regelgerecht, insbesondere wenn die Beweise syntaktisch korrekt sind. Nun kann aber auch ein sogenannter Laie seine Meinung äußern, indem er beispielsweise die Unmöglichkeit mancher geometrischen Konstruktion mit Zirkel und Lineal bezweifelt und praktische konstruktive Scheinbeweise vorlegt, deren Fehlerhaftigkeit zwar entdeckt und im günstigsten Fall eingesehen wird, was aber an der Meinung, welche versuchsweise durch neue kompliziertere Beweise untermauert wird, nichts ändern muss.

26. Hieran ist ersichtlich, dass mathematische Theorien auch deswegen den Anschein der Objektivität haben, weil es zu wenige Subjekte gibt, die sie anzweifeln. Nun wäre es ein Leichtes, einige Millionen (für insgesamt einige Millionen) dazu zu gewinnen, ernsthaft scheinende Zweifel an einer mathematischen Theorie zu äußern, so dass wir die wertenden Begriffe der Experten- oder Laienhaftigkeit ins Spiel bringen müssten, um diesen Angriff auf die Objektivität der Mathematik abzuwehren, wiederum jedoch etwas Subjektives. Daher fragen wir uns, ob es nicht denkbar ist, dass es ein reales Wissensobjekt gibt mit einem für eine

Gruppe von Subjekten anwendbaren Interpretationsschlüssel, das bei Wechselwirkung mit jedem Subjekt dieser Gruppe dieselbe Erkenntnis hervorruft. Um diese Frage zu beantworten, müssten wir den Begriff ‚Erkenntnis' und eine Gleichheitsrelation auf der Menge der subjektiven Erkenntnisse definieren, wodurch wir allerdings wieder auf die Notwendigkeit genauerer Definition von Wissen und Erkennen zurückgeworfen sind.

27. Vorstellungen sind rein subjektiv. Sie sind als subjektive Zustände Bestandteile der Realität, jedoch sind sie nicht Erscheinungen äußerer Realitäten, also per Definition nicht Bestandteil der, so muss man erläuternd hinzusetzen, objektiven Wirklichkeit. Nehmen wir an, es würde dereinst möglich werden, mentale Zustände in derselben eindeutigen und unmissverständlichen Weise wie Zeichen, Zeichenbeziehungen und -beschreibungen zu kennzeichnen und wiederzuerkennen. Dann wäre es auch möglich, solche Zustände zum Aufbau eines Sprachrahmens heranzuziehen und unsere Beschreibungs- und damit Erkenntnisfähigkeiten vielleicht zu erweitern. Da sich Philosophie und Neurowissenschaft von verschiedenen Enden her um dieses Problem zwar bemühen, jedoch keine Lösung anbieten können, müssen wir subjektive Vorstellungen weiterhin als kreative Quelle einer erfolgsgerichteten Forschung, aber als ungeeignet für die objektiv bewertbare Darstellung ihrer Ergebnisse ansehen.

28. Daher stellen die Tolkienschen Mythen und die Mannschen Erzählungen (vergl. Absatz 23) kein Wissen dar, das mit den Vorstellungen verbunden ist, von denen sie leben. Die Texte und wichtigen Begriffe wie ‚ich', die Schwester ‚Olympia', der Vater ‚Engelbert Krull' bei Mann oder der Held ‚Beutlin', das Land ‚Mordor', die Sprache ‚Quenya' mit den Grundzeichen ‚Tengwa' können in unserem Sprachrahmen verstanden werden, weil sie mit in derselben linearen Art aus einer Menge von Grundzeichen zusammengesetzt sind, dem Romantext. Vieles kann so gedeutet werden, dass es synonym auf einen Textabschnitt verweist, der eine interne Beschreibung darstellt. So könnte Tengwa auf einen Teil der Grundzeichenreihe und Quenya auf eine Menge von Nomina verweisen, während man Mordor eher als ein bedeutungsschwaches (II.2) Nomen auffassen sollte, das jedoch mit vielen auch bedeutungsvollen Nomina, die ja auch als weitere Prädikate angesehen werden können, in Elementbeziehung steht. In der klassischen Mathematik ist die leere Menge das einzige atomare Individuum in dem Sinne, dass es keine Elemente enthält. Es gibt allerdings auch Versionen mit weiteren Individuenatomen, die natürlich alle nicht empirisch sind. Genauso können wir die Namen von Personen in fiktiven Romanen oder Mythen als bedeutungsleere sprachliche Gebilde auffassen, die außerdem keinen empirischen Bezug haben. Dennoch können uns solche Texte reiches Wissen vermitteln über Bezüge dieser Nomina, dieser Namen, untereinander, und auf sie kommt es eigentlich an. Und Beziehungen bilden die Information

und das Wissen, das Romanen und Erzählungen eigen ist, nicht jedoch Voraussagen oder durch Indizien untermauerbare Aussagen über Erscheinungen der Realität. Insofern sind fiktive Romane eher mit Mathematik zu vergleichen als mit der empirischen Physik.

29. Wie sollen wir aber auffassen, dass Felix Krull im realen Paris weilte, obwohl es ihn in der Realität nicht gibt? Die Menge der wirklichen Menschen, die je in Paris waren, enthält ihn sicher nicht. Diese Menge kommt aber auch gar nicht bei der Formulierung der Aussagen des Romans vor, sondern nur irgendeine Menge von Gegenständen, die als Menschen bezeichnet oder auch beschrieben werden, die die je in Paris waren und in der Felix Krull enthalten ist, ein Gegenstand also, der als Mensch beschrieben wird, der sich jedoch auf keinen physikalischen Körper bezieht. Ihm kommen alle Eigenschaften eines Menschen zu außer der einen, dass er als physikalischer Körper jemals empirisch war. Wenn auch zu einer Stunde, Minute und Sekunde die Menge der Orte, die sein Volumen kennzeichnet und gar die Masse mit der Wirklichkeit übereinstimmte, die man zufällig aufgezeichnet hatte, dann gibt es doch einen anderen Menschen, der diesen Körper besitzt und dessen andere Aufenthaltsorte besser zu diesem passen. Es ist denkbar, dass ein sogenannter fiktiver Roman tatsächlich in vielen oder allen Einzelheiten wirkliche Ereignisse darstellt. Problematisch wird allerdings erst der Anspruch, dass es so sei, weil der Roman damit nicht mehr Fiktion sondern empirisch überprüfbare Wirklichkeit beschreibt und die Darstellung dieser Wirklichkeit auch beweisen muss.

30. Wenn Wissen Beschreibung von Tatsachen ist, so macht es sich kenntlich durch die Nachprüfbarkeit dieser Tatsachen, die dann problematisch ist, wenn es sich um einmalige Ereignisse handelt. Trotzdem kann es Tatsache sein, dass ein Subjekt während einer gewissen genau angebbaren Zeitspanne sich im Umkreis eines bestimmten wohldefinierbaren Ortes aufgehalten hat, dass nur es das weiß, dass es es zwar geäußert hat, dass es aber nicht nachprüfbar ist. Auch wenn es durch ein anderes Subjekt gesehen wurde, so ist sein Zeugnis kein sicheres Tatsachenwissen. Wir sind auf den Prozess angewiesen, der in Absatz 21 beschrieben wurde: Ist der durch eine Gruppe von Personen dekodierte Text bei seiner Wiederäußerung keiner Änderung unterworfen, handelt es sich um Wissen für diese Gruppe. Dabei kommt es allerdings entscheidend auf die Präzision an: Wenn etwas als Mensch bezeichnet wird, muss klar sein, ob der Begriff empirisch gemeint ist oder nicht. Unser Sprachrahmen gibt dazu das nötige Rüstzeug. Das Problem der sicheren Kenntnis einmaliger Ereignisse, der ganzen Historie der Welt, ist zweifelsohne ein interessantes Forschungsgebiet. Wir haben für unsere Empirie die Wiederholbarkeit von Ereignissen im Raum vorausgesetzt, kaum minder problematisch, haben aber die Prüfstellen auf die empirischen Grundgrößen beschränkt, so dass bloß die Hoffnung, alle Subjekte einer relevanten Gruppe würden bei-

spielsweise die Zeigerstellung eines Messgerätes im selben Intervall bestätigen, einer an Sicherheit grenzenden Wahrscheinlichkeit weicht. Damit müssen wir uns, so meint der Autor, zufriedengeben.

31. Für Wissen und Erkenntnis, Wahrheit und Objektivität kommt es daher nicht so sehr auf den gesamten mentalen Gehalt an, sondern auf das nicht subjektive äußere kodierte Wissensobjekt und auf einen zugehörigen Dekodierungsschlüssel, der unabhängig vom Einzelobjekt verwendet wird. In unserem Fall gehört unser Sprachrahmen dazu, der die entscheidenden Sprachanweisungen und externen Begriffe - logisch, relational und empirisch - bereit hält, mit denen jedes Wissensobjekt überall, zu jeder Zeit und von jedem überprüft werden kann. Und wenn die interne Wahrheit gewährleistet und gegebenenfalls die empirische Gültigkeit bestätigt ist, so stellt das Wissensobjekt ein Teil dessen dar, was wir „die“ (objektive) Wahrheit nennen.

III.3 - Welt in der Sprache

Objektive Wahrheit und exaktes Wissen über die Welt sind in einem formalen Sprachrahmen hinterlegbar.

1. Wahrheit ist nichts Gegebenes. Aussagen sind nichts Gegebenes. Die Welt ist gegeben, wir sind in der Welt gegeben, die Sprache ist uns gegeben. Sprache und Symbole sind in der Welt (I.1). Uns ist das Verständnis elementarer Aussagen über die Welt gegeben. Wir modellieren einen Sprachrahmen neu, ohne Bezug auf die restliche Welt, sondern nur unter Nachahmung von Syntaxregeln. Wir erklären bestimmte Symbolreihen zu Aussagen. Wir erklären einige der genannten speziellen elementaren Aussagen für wahr. Wir nehmen die Symbole wahr, wir nehmen die restliche Welt wahr. Wir verbinden einige ausgesuchte elementare wahr genommene Sinneseindrücke, Prüfstellen, die wir für wahr erklären, mit sprachlichen Symbolen. Daraus lassen wir nach den formalen Regeln Theorien erblühen, worin wir die Welt einzufangen hoffen. Dadurch ergibt sich eine Fülle neuer Prüfstellen. Nehmen wir sie alle für wahr, haben wir eine Beschreibung für die bisherige, vor allem aber Beschreibungen für Entwicklungsmöglichkeiten der zukünftigen Welt und können sie mit diesem Wissen nach unseren Vorstellungen gestalten. Wir, Teile der Welt, halten die Welt in einem symbolischen Teil der Welt gefangen. Haben wir alles gut untermauert, wissen wir alles über die Welt.

2. Allerdings erst, wenn interpretationsfähige Wesen wie wir existieren, werden Symbolvorkommnisse zu Symboltypen, Zahlzeichen zu Zahlen, und das Symbol ‚Wahrheit' bekommt eine Bedeutung (II.4, III.2. letzter Absatz). Beweisbare gültige Sätze wie ‚Die Welt existiert auch ohne uns' sind nicht nur Ergebnis eines formalen Ableitungs- und standardisierten Überprüfungsprozesses, sondern können auch mit interpretatorabhängigen Zusätzen wie einer ‚Vorstellung' angereichert werden. Dadurch und durch den Erfolg von Voraussagen erhält ‚die Wahrheit' allerdings eine unangemessene Überhöhung, die scheinbar unabhängig von den Sätze formulierenden und bewertenden Individuen ist. Dass wir ein verschlüsseltes Bild der Welt in der Sprache haben, das uns wahre und gültige Aussagen über vergangene und zukünftige Ereignisse in der Welt vermittelt, ist in hohem Maße gesichert, wenn die Kodierung in weitgehend formaler und präziser Weise geschieht, die nur an den Stellen mit Unsicherheit behaftet ist, wo wir, die noch weitgehend Unbekannten, den Schlüssel einstecken. Haben wir aufgeschlossen, liegt die Welt, die wir erforscht haben, in komprimierter Symbolform vor uns, und wir müssen nur den Aussagen und Anweisungen folgen, um die Welt so, wie sie unsere Sinne berührt, mit welchen technischen Hilfsmitteln auch immer, auf uns wirken zu lassen. Die Welt in der Sprache ist wie ein Geist in der Flasche, „riesengroße Macht, winzigkleiner Lebensraum" [W.Disney, Aladdin, Trickfilm]. Und ihr Herr kann ihre Macht

durch seine Interpretationsfähigkeiten entfesseln - und ist ihr als Teil dieser Welt zugleich ausgeliefert.

3. Wir haben den Eindruck, da draußen sei eine unermessliche Welt. Diesen Ein-Druck erzeugt sie dadurch, dass sie eine Fülle von Äußerungen sendet, die wir passiv durch audio-visuelle Sinne aufnehmen oder uns durch die restlichen Sinne aktiv aneignen (I.1.3, I.3). Was aber nehmen wir tatsächlich von der großen Weite auf? Nur das, was augenblicklich an die Enden unserer Sinnesorgane dringt, die ja nicht über die Oberfläche unseres Körpers hinausreichen. Und auch diese Ein-Drücke spüren wir nicht direkt an unserem Körper, sondern die Erregungsmuster, die unsere Gehirnzellen aufbauen, sind so gestaltet, dass wir die Vorstellung haben, es geschehe etwas außerhalb, an oder in unserem Körper, obwohl dieser Eindruck erst durch die Verarbeitung durch das Gehirn der in das Gehirn eintretenden Information zustandekommt ([5] Roth, 11f): Die Kontaktinstanzen mit der Welt befinden sich in unserem Gehirn. Wollen wir etwas über die restliche Welt erfahren, dann müssen wir den scheinbar winzigen Bereich unseres Gehirnes aktivieren, und wir, die Aktivierenden, sind jeweils auch in ihm enthalten. Alles, was jeder Einzelne von der Welt bekommt und daher auch über sie weiß, befindet sich in irgendeiner Weise in seinem Gehirn, auch wenn Wissen außerhalb gespeichert werden kann; denn es muss erst aufgenommen und dann interpretiert werden (III.3.18f). Die Einwirkungen der Welt, die Wirklichkeit, sind aber alles, was wir von ihr, der Realität, erhalten (II.5.9). So befindet sich die Wirklichkeit der Welt in unserem Gehirn.

4. Sprache ist ein Wechselwirkungsergebnis des Gehirns und seiner Ein- und Ausgangskanäle mit bestimmten, durch das Subjekt gestalteten Symbolfolgen in der Außenwelt (I.2). Konkrete Symbolreihen sind Ergebnis eines Transports von Gehirninhalten nach außen, die längst nicht nur, ja meist nie, aus den eintretenden Informationen selbst bestehen, aber die korreliert sind mit im Wesentlichen zeitlich konstanten Grundmustern von Aufgenommenem, das durch evolutionsbedingte Mechanismen im Gehirn sortiert und zu Informationen umgebildet wird ([21] Tetens, IV.6). Daher lassen sich Teile der Informationen aus den Symbolen wiedergewinnen und befinden sich daher sozusagen in der Sprache. Teile von Informationen und Wissen über die Realität, Teile der Wirklichkeit der Welt in uns, die wir äußern können, sind in den Sprachsymbolen kodiert, sind in der Sprache. Die Welt, wie sie auf uns einwirkt und wie wir sie darauf wiedergeben, ist in der Sprache. Das, was in ihr hinterlegt ist, können wir aufgrund der Korrelation zwischen Symbol und Information entschlüsseln und können daher die symbolische Information mehr oder weniger gut in eine solche umwandeln, wie wir sie erhalten und teils erlebt haben. Der Schlüssel ist unser Sprachrahmen. In ihm ist subjek-

tive und hauptsächlich intersubjektive Information über die Welt hinterlegbar, die wir nach gewissen Regeln für objektiv und wahr bewerten.

5. Die Rückwandlung ist von Verlusten begleitet, weil die neuronalen Muster nicht hundertprozentig mit den Symbolen korreliert sind, weswegen die Wirklichkeit der Welt in der Sprache verblasst und verwischt ist. Je mehr die Deutung der Symbole einer Theorie darauf angewiesen ist, zugehörige Muster exakt zu aktivieren, desto unklarer werden die Aussagen der Theorie. Da unsere Gehirnstrukturen und -zustände aber auch nur Teile der Oberfläche der Realität, nur Teile der Wirklichkeit erfassen und modifiziert wiedergeben, liegt in einer mit ihnen nicht eindeutig korrelierten Symbolik die Möglichkeit, Abschnitte der Realität zu modellieren, die nicht unmittelbar mit dem verbunden ist, was über unsere Sinne einwirkt. Eine schwache Korrelation von Symbolen mit an neuronalen Mustern gekoppelter Bedeutung ist jedoch intersubjektiv insofern nicht beherrschbar, als die Muster in den einzelnen Subjekten derart voneinander abweichen, dass daraus keine intersubjektive eindeutige Verständigung, keine Objektivität, erreichbar ist. Andererseits können wir nicht hundertprozentige Korrelation anstreben, weil damit zwar die Wirklichkeit, aber nicht die hinter ihr stehende Realität beschreibbar wäre. Anders gesagt, wir müssen leere Symbole zur Verfügung haben, um sie versuchsweise mit künstlichem Inhalt zu füllen.

6. Statt unbekannte komplizierte Gehirnprozesse zu untersuchen oder Begriffe unter Anwendung eben dieser unbekannten Prozesse zu analysieren, haben wir uns für den Weg entschieden, die überkommene Bedeutung, die Korrelation der natürlichsprachlichen Wörter mit Zustandsmustern im Gehirn, von den Begriffen bis auf einige wenige, allerdings grundlegende und stützende, aber einfache und verständliche Ausnahmen abzukoppeln und an ihre Stelle Beziehungen, die in der Außenwelt herstellbar sind, zu setzen und sie damit objektiv und eindeutig beherrschbar zu machen. Für dieses gemeinsame Sprachsystem, in dem die Wörter ihre Bedeutungen durch Bezüge untereinander, intern, erhalten, sind Verknüpfungen von Symbolen mit Beschreibungen in der natürlichen Sprache oder gar Vorstellungen außer für die wenigen externen Begriffe und Sprachhandlungen nicht relevant. Das ist die Methode der Präzisierung durch Formalisierung, die die Mathematik und theoretische Physik so erfolgreich macht und die auch auf abstrakte, insbesondere metaphysisch-ontologische Aussagen anwendbar ist, wie wir gezeigt haben. Präzisierte Sprache ist nur durch Lösung der Begriffssymbole von ihrer überkommenen Bedeutung und durch Neubeschreibung oder durch Betonung ihrer Bezüge zu anderen Symbolen möglich. **Gesicherte Kenntnis der Welt ist ohne diese Art der Präzisierung der Sprache nicht zu erlangen. Allgemein gilt: Sprachpräzision und Erkenntnis sind untrennbar.**

Nachwort:

In [26] fragt Beckermann: Wenn Termini wie ‚Elektron' und ‚Masse' keinen klaren empirischen Gehalt haben, warum sollte man das von Ausdrücken wie ‚Prinzip' oder ‚Gott' erwarten? Wenn Sätze wie „Elektronen haben eine Ruhemasse von $9{,}109 \cdot 10^{-28}$ Gramm" einen Sinn haben, warum sollten dann Sätze wie „Gott ist der Schöpfer der Welt" sinnlos sein? Die Antwort lautet: Masse und Elektron haben einen klaren empirischen Gehalt, weil der Begriff ‚empirisch' klar definiert ist. Daher wird man es von den Begriffen ‚Gott' und ‚Prinzip' dann erwarten dürfen, wenn sie ebenso exakt festgelegt werden. In dieser Arbeit wird eine Definition des Gottesbegriffes vorgeschlagen und ‚Schöpfer' und ‚Welt' scheinen durchaus definierbar. Nur genau dann ist die letzte rhetorische Frage im Beckermannzitat richtig.

Beckermann weiter: „Philosophie, so sagen jedenfalls Analytische Philosophen, ist der systematische Versuch, rationale Antworten auf philosophische Sachfragen zu erarbeiten. Dies geht auf die Dauer nur in systematischen Abhandlungen; und die – das zeigt sich auch in anderen Wissenschaften – sind in der Regel eine eher trockene Kost." Analytische Philosophie sei unter Anderem durch die Auffassung gekennzeichnet, „dass die Arbeit der Philosophie nur dann erfolgversprechend geleistet werden kann, wenn man versucht, die verwendeten Begriffe in all ihren möglichen Lesarten so klar und argumentative Zusammenhänge so transparent wie möglich zu machen, wobei Ergebnisse der modernen Logik überall da zu berücksichtigen sind, wo es der Sache dient." Trockene Kost verdaut man nur durch wiederholtes Kauen: Beginnen Sie, lieber Leser wieder bei I.1.1ff …! Aber wann und ob man gar kauen sollte, darf man nach Beckermann daran messen, ob es überhaupt „möglich" sei und „es der Sache diene". - Ah, was für ein erleichternder Ausweg!

Die analytische Philosophie solle Scheinprobleme aufdecken, Fragen entlarven, die gar nicht gestellt werden könnten, Behauptungen zurückweisen, die nicht formuliert werden dürften, die Metaphysik überwinden. Nach Beckermann sei das Projekt der Abschaffung der Metaphysik durch logische Analyse der Sprache grandios gescheitert. - Wenn denn die Abschaffung der Metaphysik geplant war, dann ist es gut, dass sie nicht gelungen ist. Dem Autor dieser Arbeit scheint aber, dass das eigentliche Ziel der Sprachanalyse jedoch ist, Schein-Antworten aufzudecken, Schein-Ergebnisse zurückzuweisen, Schein-Lösungen zu überwinden. Aber auch das scheint grandios gescheitert - doch nicht an inhaltlichen Widersprüchen, sondern an den Interessen der handelnden Personen, die weder, wenn sie analytisch, noch, wenn sie kontinental genannt werden, trockene Kost produzieren, sondern die weiter in dem gewohnten süßen Brei der natürlichen Sprache rühren möchten.

In ([34] Bieri) wird die Wende weg vom Exaktheitszwang der frühen analytischen Philosophie hin zu den philosophisch interessanten Fragen begrüßt. - Aber Vorsicht, diese Arbeit will nicht etwas Absterbendes beleben, sondern etwas totgesagtes Lebendiges wieder ins Blickfeld rücken. Und keinesfalls will sie irgendein Dogma aufstellen, denen sich Menschen, auch Wissenschaftler, anscheinend ohne sich zu wehren, ja scheinbar gerne, unterwerfen sollten, sondern sie will die Ansicht unterstützen, dass es zwei antagonistische Bereiche gibt, dass diese zwei Bereiche unseres analytischen Denkens beide gleichermaßen unverzichtbar sind: die fantasievolle kritische Intuition, die uns gute Ideen gibt, und der bewertende Verstand, der sie für eine intersubjektive Auseinandersetzung vorbereitet. Scheinbar gute Ideen entpuppen sich leider allzuoft und leider allzulangsam als wenig brauchbar, wenn sie nicht in eine Form gegossen sind, die in jedem Leser denselben Eindruck bewirken, der sich an der Gleichheit der Wiederäußerung bestätigt. Formalisierung ist sachorientierte demokratische Wissenschaft!

Je präziser die Sprache ist, desto deutlicher wird eine abweichende Interpretation. Wenn die Wichtigkeit des Formalen, die eine Umdeutung von Worten verhindern kann, gerade auf dem Kontinent und in Deutschland nicht zu gering geschätzt worden wäre, hätten sich in Wissenschaft, Kultur, aber auch gerade in Exekutive und Justiz festere Bollwerke gegen die Entwicklung hin zur deutschen Katastrophe errichten lassen.

IV. Anhang

Glossar

Hier sind die zentralen ineinander verwobenen Begriffe noch einmal zusammengestellt. Für die restlichen verweisen wir auf den Index.

Objekt	Nomen, das Element von oder verkettet mit ‚Objekt' ist
eigentliches ~	ein Nomen, das Element von ‚Objekt' ist
uneigentliches ~	ein Nomen, das nicht Element, aber verkettet mit ‚Objekt' ist
Klassenobjekt	Nomen der Form $\{x \in b \mid A\}$ - siehe I.1.11
Klasse	eigentliches Objekt, für das die Definitionen I.1.8 gelten
eigentliche ~	Klassenobjekt, das nicht Element seines Bezugsobjektes ist
uneigentliche ~	Klassenobjekt, das Element seines Bezugsobjektes ist
Objekt	(oft: Klassenobjekt)
spezielles ~	speziell: Bezeichnung einer Variable auf folgenden Kennzeichnungen:
mathematisches ~	‚Menge' oder Klassenobjekt mit Bezugsobjekt ‚Menge'
empirisches ~	mit empirischen Grundgrößen verkettetes (uneigentliches) Objekt
physikalisches ~	nur mit physikalischen Grundgrößen verkettetes (uneigentl.) Objekt
mentales ~	nur mit mentalen Grundgrößen verkettetes (uneigentliches) Objekt
Größe, (spezielle)	Variable auf einem (speziellen) Objekt oder (spezielle) Grundgröße
Grundgröße, (spez.)	(spez.) extern beschriebene Variable auf einem Intervall von $\mathbb{Z}$ oder $\mathbb{R}$
elementar	nur Grundgrößen, keine Objekte enthaltend
Grundobjekt	(empirisch:) elementares Objekt (allgemein per Definition zuzuweisen)
empirisch	mit empirischen, physikalischen oder mentalen, Grundgrößen verkettet
Sachverhalt	wahre empirische Aussage
verifizierbarer ~	aus verifizierbaren Sachverhalten ableitbarer Sachverhalt
direkt ~ ~	höchstens Grundobjekte einschließend und mindestens ein Wert jeder auftretenden empirischen Grundgröße ist durch ein Eichexperiment bestimmbar
gültige Aussage	kein die Aussage betreffender elementarer Sachverhalt ist falsifiziert
falsifiziert	= nicht verifiziert: eine Spezialisierung einer Variable durch experimentelle Werte macht die Aussage falsch oder die Theorie widersprüchlich
Tatsache	gültiger Sachverhalt
theoretisch	mit nicht direkter Verifizierbarkeit zusammenhängend
~er Sachverhalt	nicht aus direkt verifizierbaren Sachverhalten ableitbar
~es Objekt	nur mit theoretischen Grundgrößen verkettetes empirisches Objekt

Literatur

[1] Bourbaki, N.	Die Architektur der Mathematik	in
Otte, M. (Hrg.)	Mathematiker über Mathematik	Springer, Berlin 74
[2] Neurath, O.	Protokollsätze	Erkenntnis3, S.204-214, 32
[3] Wittgenstein, L.	Philosophische Untersuchungen	Suhrkamp, Frankfurt/M 84
[4] Wittgenstein, L.	Tractatus logico-philosophicus	Suhrkamp, Frankfurt/M 84
[5] Roth, G.	Das Gehirn und seine Wirklichkeit	Suhrkamp, Frankfurt/M 97
[6] Runggaldier, E.	Analytische Sprachphilosophie	Kohlhammer, Stuttgart 90
[7] Goodman, N.	Sprachen der Kunst	Suhrkamp, Frankfurt/M 97
[8] Carnap, R.		Erkenntnis2, 31
1. Die logizistische Grundlegung der Mathematik		S. 91-105
2. Überwindung der Metaphysik durch logische Analyse …		S. 219-241
3. Die physikalische Sprache als Universalsprache …		S. 432-465
[9] Carnap, R.	Grundlagen der Logik und Mathematik	Nymphenb., München 73
[10] Tuschik, H.-P.	Mathematische Logik	Spektrum, Berlin 02
[11] Müller, O.	Synonymie und Analytizität …	Schöningh, Paderborn 98
[12] Quine, W.	Zwei Dogmen des Empirismus	in
	Von einem logischen Standpunkt	Ullstein, Berlin 79
[13] Quine, W.	Was es gibt	in
Stegmüller (Hrg.)	Das Universalienproblem	Wiss.Buchges., Darmst. 78
[14] Ernst, G.	Das Problem des Wissens	Mentis, Paderborn 02
[15] Stewart, I.	Mathematik	Birkhäuser, Basel 90
[16] Kant, I.	Kritik der reinen Vernunft	Reclam, Stuttgart 66
[17] Kant, I.	Prolegomena zu einer jeden künftigen …	Reclam, Stuttgart 89
[18] Shapiro, S.	Thinking about Mathematics	Oxford Uni Press 00
[19] Ziegler, M.	Vorlesung über Mengenlehre	Skript, Freiburg 93
[20] Tetens, H.	Experimentelle Erfahrung	Meiner, Hamburg 87
[21] Tetens, H.	Geist, Gehirn, Maschine	Reclam, Stuttgart 94
[22] Stegmüller, W.	Probleme …, Bd II, Theorie u. Erfahrung	Springer, Heidelberg 70
[23] Mittelstaedt, P.	über Audretsch, verschränkte Welt	in
	Physik Journal 11	DPG, Weinheim 02
[24] Nagel, T.	Wie ist es, eine Fledermaus zu sein?	in
Bieri, P. (Hrg.)	Analytische Philosophie des Geistes	Hain, Königstein 81
[25] Beckermann, A.	Analytische Einf. in die Phil. des Geistes	de Gruyter, Berlin 00
[26] Beckermann, A.	Einleitung	in
Prechtl, P. (Hrg.)	Grundbegriffe der analytischen Philosophie	Metzler, Stuttgart 04

[27] Lewis, D.	Kausalität	in
Posch, G. (Hrg.)	Kausalität, Neue Texte	Reclam, Stuttgart 81
[28] Quante, M. (Hrg.)	Personale Identität	Schöningh, Paderborn 99
[29] Fröhlich, W.	Wörterbuch der Psychologie	DTV, München 02
[30] Jaynes, J.	Der Ursprung des Bewusstseins	rororo, Reinbek 93
[31] Grawert, G.	Quantenmechanik I	Vieweg, Braunschweig 69
[32] Landau, L.	Mechanik	Vieweg, Braunschweig 69
[33] Fodor, J.	Psychosemantics	in
Lycan, W. (Hrg.)	Mind and Cognition	Blackwell, Oxford 90
[34] Bieri, P.	Was bleibt von der Anal. Philosophie, …?	Avinus, Potsdam 02

Literatur, die Grundlage für die Arbeit war, aber nur im Ganzen mit ihr verknüpft ist:

Naturwissenschaften:

Ebert, D.	Eichtheorien	VCH, Weinheim 89
Eccles, J.	Die Evolution des Gehirns, …	Piper, München 93
Feynman, R.	QED, die seltsame Theorie des Lichtes …	Piper, München 88
Feynman, R.	Quantenelektrodynamik	Bibl.Insititut, Mannheim 69
Hawking, S.	Eine kurze Geschichte der Zeit	rororo, Reinbek 91
Sexl, R. u. H.	Weiße Zwerge, schwarze Löcher	rororo, Reinbek 75

Philosophie und Verwandtes:

Ayer, A.	Die Hauptfragen der Philosophie	Piper, München 76
Eco, U.	Die Suche nach d. vollkommenen Sprache	Beck, München 94
Keller, A.	Allgemeine Erkenntnistheorie	Kohlhammer, Stuttgart 82
Kuhn, T.	Die Struktur wissenschaftl. Revolutionen	Suhrkamp, Frankfurt/M 76
Rotman, B.	Mathematics as Sign	Uni Press, Stanford 00
Stegmüller, W.	Erklärung, Begründung, Kausalität, B, F	Springer, Berlin 83
Tugendhat, E.	Vorl. zur Einführung in d. sprachanal. Phil.	Suhrkamp, Frankfurt/M 76

Index

Die Absatzangaben weisen meist auf die Definition der genannten Begriffe hin.

Lebenslauf

geb.1948 in Kiel

1955 – 1959	Besuch der Grundschule in Kiel-Friedrichsort
1959 – 1967	Besuch der Hebbelschule (Gymnasium) in Kiel, Abschluss mit dem Abitur
1967 – 1969	Studium an der Christian-Albrechts-Universität in Kiel, Vordiplome in Mathematik und Physik
1969 – 1973	Studium an der Friedrich-Wilhelm-Universität in Bonn, Diplom in Mathematik mit Nebenfach Physik
1973 – 1977	wissenschaftliche Hilfskraft am mathematischen Institut in Bonn, Bearbeitung eines Promotionsvorhabens
1977 – 1978	Lehrer an der Schillerschule in Berlin, Promotionsabschluss
1978 – 1979	Referendariat an der Schillerschule, 2. Staatsexamen für den Schuldienst
1977 – 1980	Weiterbildungsstudium Philosophie und Physik an der FU Berlin
1979 – 1994	Studienrat an der Hermann-Hesse-Schule in Berlin-Kreuzberg
1988 – 1989	Weiterbildungsstudium in Informatik, Physik und Philosophie an der Fernuniversität Hagen und der FU Berlin
1992 – 1997	Teilnahme an Doktorandenseminaren an der FU Berlin bei Prof. Linke mit Themen in Computersimulation und in Elementarteilchenphysik
1994 – 1999	Studienrat an der Robert-Schule-Schule in Berlin-Kreuzberg
1999 – 2002	Studienrat an der Beethoven-Schule in Berlin-Steglitz, Beendigung des Schuldienstes
2002 – 2003	Studium der Physik und Philosophie mit dem Ziel der Anfertigung einer wissenschaftlichen Arbeit
2004 – 2005	Promotionsstudium